Место для скобы

Шифр 08493

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
11б	23.03.24	Гандрина	

1	2	3	4	5
2	5	0	3	1

№ 1

Числа $\overline{abcd}$ (a - тысячи, b - сотни, c - десятки, d - единицы) чтобы разность была минимальной, первые две цифры, а остальные цифры:

99, 98, 89 $\frac{1089}{19} = 57,84$ $\frac{1098}{18} = 61$

2б Нуж. обосн.

$\frac{1089}{17} = 60,5$ Ответ: 1099

№2

0б

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + .. a_1 x + a_0$

$P(17) = P(101) = 2024$

$|a_0| < 999$

№2

$\begin{cases} 0 < x < \frac{1}{2} \\ 0 < y < \frac{1}{2} \\ 0 < x + y < 1 \end{cases}$ + $\begin{cases} 0 < x < \frac{1}{2} \\ 0 < y < \frac{1}{2} \\ 0 < xy < \frac{1}{4} \end{cases}$,

А) если $y > x$, $y - x > 0$

$y^2 - x^2 > y - x$

$(y-x)(y+x) > (y-x)(y-x)$

$y^2 + x > 1$ не удов. условию

$y^3 - x^3 > y - x$

$(y-x)(y^2 + xy + x^2) > y - x \,|\, y - x$

$y^2 + xy + x^2 < 1$

$(y+x)^2 - 2xy + xy < 1$

$(y+x)^2 - xy < 1$ - неравенство верно

б) Если $y < x$, то $y - x < 0$

$(y-x)(y+x) > y - x \,|\, (y-x)$

$y + x < 1$

Необ. обосн.

5б

Место для скобы

Шифр 08493

№ 4

$$\cos(2x)+\cos^{2023}(2x)+2024\cdot\cos^{2025}(2x)=\sin(x)+\sin^{2023}(x)+2024\sin^{2025}(x)$$

Уравнение верно, если:

1) $\sin(x)=\cos 2x$
2) $\cos^{2023}(2x)=\sin^{2023}(x)$
3) $2024\cos^{2025}(2x)=2024\sin^{2025}(x)$

Исправлено 35

Все 3 уравнения сводятся к одному:

$\cos 2x-\sin x=0$ $\quad$ $\boxed{\cos 2x=1-2\sin^2 x}$

$1-2\sin^2 x-\sin x=0$ $\quad$ $\sin x=t$

$1-2t^2-t=0 \quad /:-1$

$2t^2+t-1=0$ $\quad$ по т. Виета $t=-1$ $t=\frac{1}{2}$

$\sin x=-1$ $\quad$ $\sin x=\frac{1}{2}$

$x=-\frac{\Pi}{2}+2\Pi n \quad n\in Z$

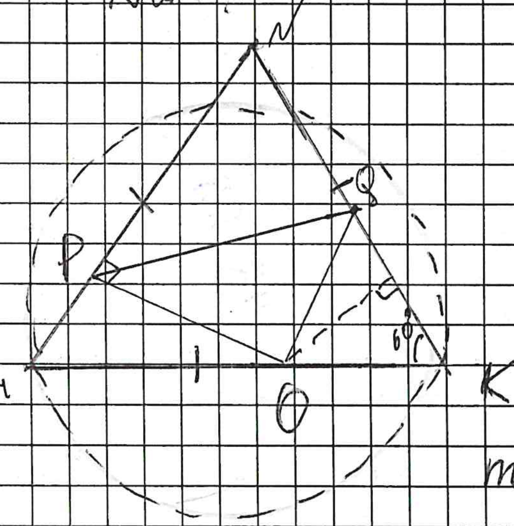
$x=(-1)^{\Pi}\arcsin\frac{1}{2}+\Pi n \quad n\in Z$

$x=(-1)^{k}\frac{\Pi}{6}+\Pi n \quad n\in Z$

Ответ: $x=-\frac{\Pi}{2}+2\Pi n \quad n\in Z$;
$x=(-1)^{k}\frac{\Pi}{6}+\Pi n \quad n\in Z$

№5

Дано:



△MNK - равност.

$S_{\triangle MNK} = 1$ см

1б

Найти:

предел длины отрезка PQ?

Решение:

точки P и Q лежат на окружности с центром, который является середина MK

Наибольший радиус $R = \frac{1}{2} MK$

Наименьший радиус r = радиус окружности, которая касается MK и MN

$S_\triangle = 1$ $\quad \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 1$ $\quad a^2\sqrt{3} = 4$

$a^2 = \frac{4}{\sqrt{3}}$ $\quad a = \frac{2}{\sqrt[4]{3}}$

$R = \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{\sqrt[4]{3}} = \frac{1}{\sqrt[4]{3}} = OK$

из △OEK $\quad \frac{r}{OK} = \sin 60°$ $\quad r = \frac{1}{\sqrt[4]{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt[4]{3}}{2}$

$RQ = 2R$ $\quad RQ = 2r$ $\quad r < l < R$

$\frac{\sqrt[4]{3}}{2} < l < \frac{1}{\sqrt[4]{3}}$

Ответ: $\sqrt[4]{3} < PQ < \frac{2\sqrt[4]{27}}{3}$