

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
12	20.03	Корякина Е.Е.	М

1	2	3	4	5	Σ
0	3	2	7	0	12

N4.

$$1) \neq b^2 - a^2 > b - a; \quad (из н. 2)$$

$$(b-a)(b+a) - (b-a) > 0$$

$$(b-a)(b+a-1) > 0.$$

но  $0 < a < \frac{1}{2}$  и  $0 < b < \frac{1}{2}$ , тогда  $b+a < 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow b+a-1 < 0$ , тогда, чтобы  $(b-a)(b+a-1) > 0$

выполнилось  $\Rightarrow b-a < 0$ . ✓

$$2) \neq b^3 - a^3 > b - a; \quad (b-a)(b^2 + ab + a^2) - (b-a) > 0$$

$$(b-a)(b^2 + ab + a^2 - 1) > 0, \text{ т.к. } \text{~~...~~}$$

$0 < b^2 < \frac{1}{4}$  и  $0 < a^2 < \frac{1}{4}$  и  $0 < ab < \frac{1}{4}$ , то

$b^2 + ab + a^2 < \frac{3}{4}$ , значит  $b^2 + ab + a^2 - 1 < -\frac{1}{4}$ , т.е.  $< 0$

т.к.  $(b-a) < 0$  и  $b^2 + ab + a^2 - 1 < 0$ , то их произведе

ние больше нуля:  $(b-a)(b^2 + ab + a^2 - 1) > 0$  (т.т.г.)

~~$$\begin{aligned} & \sqrt{1} \cdot 3^{4046} - 3^{2023} \cdot 5^{1012} + 5^{2024} = 15^{1012} \\ & = 15^{1012} \left( \frac{3^{4046}}{3^{2023}} - \frac{5^{1012}}{5^{1012}} + \frac{5^{2024}}{5^{1012}} \right) = 15^{1012} \left( \frac{3^{2023}}{1} - 1 + 5 \right) = 15^{1012} (3^{2023} + 4) \\ & = 15^{1012} \left( \frac{5}{3} \right) \cdot (1 + 3^{2024}) + 3^{1011} = 15^{1012} \left( \frac{5}{3} \right) (1 + 3^{2024}) + 3^{1011} \\ & = 15^{1012} \left( \frac{5}{3} \right) (1 + 3^{2024}) - 3^{2024} \end{aligned}$$~~

№3. ]  $m_1$  и  $m_2$  - массы  $\omega_1$  и  $\omega_2$  концентрации

$$0,3 = \frac{m_1 \omega_1 + m_2 \omega_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow 0,3 m_1 - m_1 \omega_1 = m_2 \omega_2 - 0,3 m_2 \quad (1)$$

$$m_1 (0,3 - \omega_1) = m_2 (\omega_2 - 0,3)$$

из второго уравнения:

$$0,12 = \frac{m_1 \omega_1}{m_1 + m_2} \quad \text{и} \quad 0,2 = \frac{m_2 \omega_2}{m_2 + m_1} \quad \text{тогда}$$

$$0,12 m = m_1 \omega_1 - 0,12 m_1 \quad \text{и} \quad 0,2 m = m_2 \omega_2 - 0,2 m_2, \text{ где}$$

$$m_2 \omega_2 - 0,2 m_2 = m_1 \omega_1 - 0,12 m_1 \quad (2) \quad m_2 (\omega_2 - 0,2) =$$

$$= m_1 (\omega_1 - 0,12)$$

Каждо делить  $\frac{m_1 \omega_1 + m_2 \omega_2}{m_1 + m_2 + m_3}$

из (1) и (2):

$$\frac{\omega_2 - 0,2}{\omega_1 - 0,12} = \frac{\omega_2 - 0,3}{0,3 - \omega_1} \Rightarrow (\omega_2 - 0,2)(0,3 - \omega_1) = (\omega_2 - 0,3)(\omega_1 - 0,12)$$

$$0,3 \omega_2 - 0,06 + \omega_2 \omega_1 - 0,12 \omega_1 = \omega_1 \omega_2 - 0,3 \omega_1 - 0,2 \omega_2 + 0,06$$

$$0,3 \omega_2 + 0,2 \omega_2 = 0,12 \omega_1 - 0,3 \omega_1 + 0,12$$

$$0,5 \omega_2 = 0,12 - 0,1 \omega_1$$

$$5 \omega_2 = 1,2 - \omega_1$$

$$\omega_1 = 1,2 - 5 \omega_2$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\omega_2 - 0,3}{0,3 - 1,2 + 5 \omega_2}$$

$$m_1 = m_2 \frac{\omega_2 - 0,3}{5 \omega_2 - 0,9}$$

Ответ:  $75 \frac{1}{3}$

№2.  $t^4 - 2\sqrt{13}t^2 + t + 13 - \sqrt{13} = 0$ , заметим, что

$(t^2)^2 - 2 \cdot \sqrt{13} \cdot t^2 + (\sqrt{13})^2 = \sqrt{13} - t$ , тогда

$(t^2 - \sqrt{13})^2 = \sqrt{13} - t$  или  $(t^2 - \sqrt{13})^2 + (t - \sqrt{13}) = 0$

~~...~~  $(t^2 - \sqrt{13})^2 \neq 0 \Rightarrow t - \sqrt{13} \leq 0$

$t \leq \sqrt{13} \Rightarrow t^2 - \sqrt{13} = \pm \sqrt{\sqrt{13} - t}$

~~...~~  $(t - \frac{4}{\sqrt{13}})(t + \frac{4}{\sqrt{13}}) + (t - \sqrt{13}) = 0$

№1. Составим П.К.  $\exists p \mid 3^{4046} - 3^{2023} \cdot 5^{1012} - 3^{2023} \cdot 5^{2024} + 5^{2024} = k, k \in \mathbb{Z}$