скобы

Шифр 08467

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
12 б	23.03.24	Гендрикко	

1	2	3	4	5
2	6	0	3	1

Задание №1

Шифр. обес.

2 б

Числа $\overline{a b c d}$ - (а-тысячи; в-сотни; с-десятки; d-единицы)

чтобы разность была минимальной, первые две цифры должны быть минимальными, то есть $a=1$ и $b=0$, а остальные цифры

Пример: 99; 98; 89 $\frac{1099}{19}=57,84$ $\frac{1098}{18}=61$; $\frac{1089}{18}=60,6$

Ответ: 1099

Задание №2

$\cos(2x)+\cos^{2023}(2x)+2024\cdot\cos^{2025}(2x)=\sin(x)+\sin^{2023}(x)+2024\cdot\sin^{2025}(x)=$

= Это уравнение верно если 1) $\cos(2x)=\sin x$

Шифр. обес.

2) $\cos^{2023}(2x)=\sin^{2023}(x)$

3) $2024\cos^{2025}(2x)=2024\sin^{2025}(x)$

Все 3 уравнения сводятся к одному: $\cos 2x-\sin x=0$

3 б

$1-2\sin^2 x-\sin x=0$

Введем замену: $\sin x=t$

$1-2t^2-t=0$

$-2t^2-t+1=0 \mid \cdot(-1)$

$2t^2+t-1=0 \mid y^2+y-2=0$

$t_1=-1$ $t_2=\frac{1}{2}$ $y_1=-2$ $y_2=1$

Вернемся к замене: $\sin x=-1$

$x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n;\ n\in Z$

$\sin x=\frac{1}{2}$

$x=(-1)^k\cdot\frac{\pi}{6}+\pi k;\ k\in Z$

Ответ: $x_1=-\frac{\pi}{2}+2\pi n;\ n\in Z$; $x_2=(-1)^k\cdot\frac{\pi}{6}+\pi k;\ k\in Z$

скобы

Шифр 08467

Задание 5.2

$\begin{cases} 0<x<\frac{1}{2} \\ 0<y<\frac{1}{2} \end{cases}$ (+) $\begin{cases} 0<x<\frac{1}{2} \\ 0<y<\frac{1}{2} \end{cases}$ (·)

$0<x+y<1$ $0<xy<\frac{1}{4}$

а) если $y>x$, $y-x>0$

$y^2-x^2>y-x$

$\cancel{(y-x)}(y+x)>\cancel{y-x} \quad |:(y-x)$

$y+x>1$ ⇒ не удовлет. 1 условию

б) Если $y<x$, то $y-x<0$

$(y-x)(y+x)>y-x \quad |:(y-x)$

$(y+x)<1$

$y^3-x^3>y-x$

$\cancel{(y-x)}(y^2+xy+x^2)>y-x \quad |:\cancel{(y-x)}$

$y^2+xy+x^2<1$

$(y+x)^2-2xy+xy<1$

$(y+x)^2-xy<1$, т.к. $0<xy<\frac{1}{4}$

$(y+x)^2-xy<1$ – неравенство верно

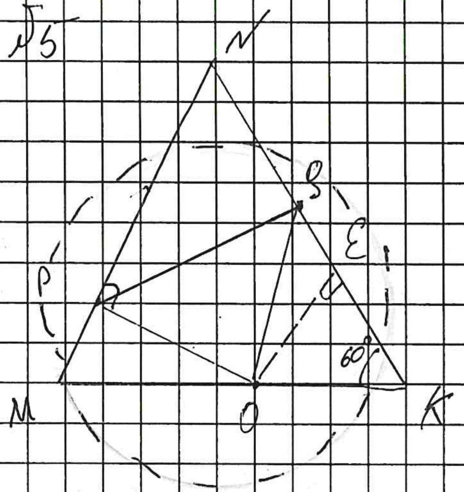
[illegible]

6б

скобы

Шифр 08467

Задание №5



Дано: $\triangle MNK$ - равносторонний

$S_{\triangle MNK} = 1$ см

Найти: пределы длины отрезка $PQ = ?$

Решение: точки P и Q лежат на окружности, центром которой является середина MK.

Наибольший радиус $R = \frac{1}{2} MK$

Наименьший радиус r = радиус окружности, которая касается сторон MK и MN

$S_\triangle = 1 \qquad \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 1 \qquad a^2 = \frac{4}{\sqrt{3}} \qquad a = \frac{2}{\sqrt[4]{3}}$

$R = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt[4]{3}} = \frac{1}{\sqrt[4]{3}} = OK$

из $\triangle OEK \qquad \frac{r}{OK} = \sin 60^\circ \qquad r = \frac{1}{\sqrt[4]{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt[4]{3}}{2}$

$PQ < 2R$

$PQ < 2r$

$r < l < R$

$\frac{\sqrt[4]{3}}{2} < l < \frac{1}{\sqrt[4]{3}}$

$\frac{\sqrt[4]{3}}{2} < l < \frac{\sqrt[4]{27}}{3}$

Ответ: $\sqrt[4]{3} < PQ < \frac{2\sqrt[4]{27}}{3}$

15