

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
15	20.03	Корешков Е.Е.	И

Задача N 1

$$3^6 - 3^3 \cdot 2^{18} + 2^{36} = (3^2)^2 - 3^3 \cdot 2^{18} + (2^9)^2 = 3^3 \cdot 2^{18} + 3^3 \cdot 2^{18} = (3^3 + 2^9)^2$$

$$(3^3 + 2^9)^2 > 0 \quad 3^3 \cdot 2^{18} - \text{составное}$$

Имеет два составных (т.е. квадрат числа)

1	2	3	4	5	Σ
7	4	0	0	4	15

Сумма составных 3^3 и 2^9 - составное (если они взяты не из первого квадрата числа)

Задача N 2

 $x^2 + kx + k = 0$; уравнение имеет 1 корень, если:

$$D = k^2 - 4k = 0, \quad k(k-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k=0 \\ k=4 \end{cases}$$

Проверка:

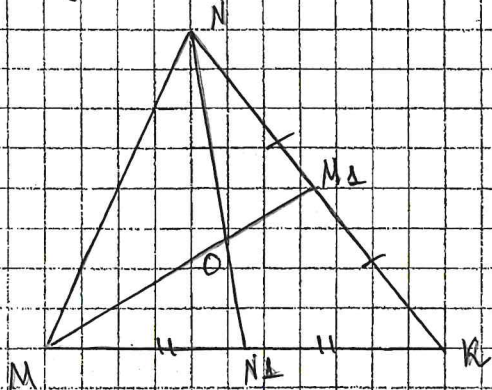
при $k=0$: $x^2 = 0 \Rightarrow x=0$

при $k=4$: $x^2 + 4x + 4 = 0$; $(x+2)^2 = 0$
 $x = -2$

корень действительный?

Ответ: $k=0$ или $k=4$

Задача N 5

Дано: $\triangle MKN$; MM_1, NN_1 - медианы

$MM_1 \cap NN_1 = O$

 $\angle MON$ - острыйДоказать: $MM_1 + NN_1 > 3MN$ Доказано: Если $\angle MON$ - острый, то $\angle NOM_1$ - тупой (так смежные)
 $\angle NOM_1 = \angle MON_1$ (вертик. \angle)противоположные стороны угла лежат на одной прямой $\Rightarrow MM_1 > ON$

$\Rightarrow MM_1 + NN_1 > 3MN$

$\triangle MON_1: MN_1 > OM$ (на мотуф больше - большая сторона)

$\Rightarrow N_1K > OM$ ($N_1K = MN_1$)

$\triangle MNO: MN < ON + OM$ (соотношение сторон \Rightarrow)

$MN < ON + OM < M_1N + MN_1$ $MK + NK = M_1N_1 + N_1K + M_1K + N_1M_1$

$ON + OM < M_1K + N_1K$
 $2(ON + OM) < MK + NK \Rightarrow 3MN < MK + NK$? ! 3?

Задача N4

~~$\frac{a+1}{b+1} + \frac{b+1}{c+1} + \frac{c+1}{a+1} \leq \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}$~~

~~$\frac{a+1}{b+1} - \frac{a}{b} + \frac{b+1}{c+1} - \frac{b}{c} + \frac{c+1}{a+1} - \frac{c}{a} \leq 0$~~

~~$\frac{b-a}{b(b+1)} + \frac{c-b}{c(c+1)} + \frac{a-c}{a(a+1)} \leq 0$~~

~~$ac(c+1)(a+1)(b-a) + ab(b+1)(a+1)(c-b) + bc(b+1)(c+1)(a-c)$~~

~~$\frac{a+1}{b+1} + \frac{b+1}{c+1} + \frac{c+1}{a+1} \leq \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}$~~

~~$\frac{a+b}{b(b+1)} + \frac{b+c}{c(c+1)} + \frac{a+c}{a(a+1)} \geq 0$~~

~~$3abc + 2a^2bc + 2ab^2c + 2abc^2 + a^2bc^2 + a^2b^2c + a^2bc^2 + a^3c^2 + a^2b^3 + b^2c^3 + a^2c^2 + b^2c^2 + ab^3 + ac^3 + ab^3 + bc^3 + a^2c + ab^2 + bc^2$~~
 ~~$abc(b+1)(c+1)(a+1)$~~

Задача N3

Скобы	Рз	Матрица	Мз
I	x	a	ax
II	y	a	ay
серебро	0	c	0

Шифр

07780

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри

3 сплавы из

Рз

Медь

мз

I+II

2a

0,6a

I+серебро

a+c

0,2(a+c)

I+II+серебро

2a+c

(2a+c) z%

где z% - процентное содержание
золота

$$\begin{cases} ax+ay = 0,6a \\ 0,2(a+c) = ax \\ (2a+c) z\% = ax+ay \end{cases}$$