

Место для скобы

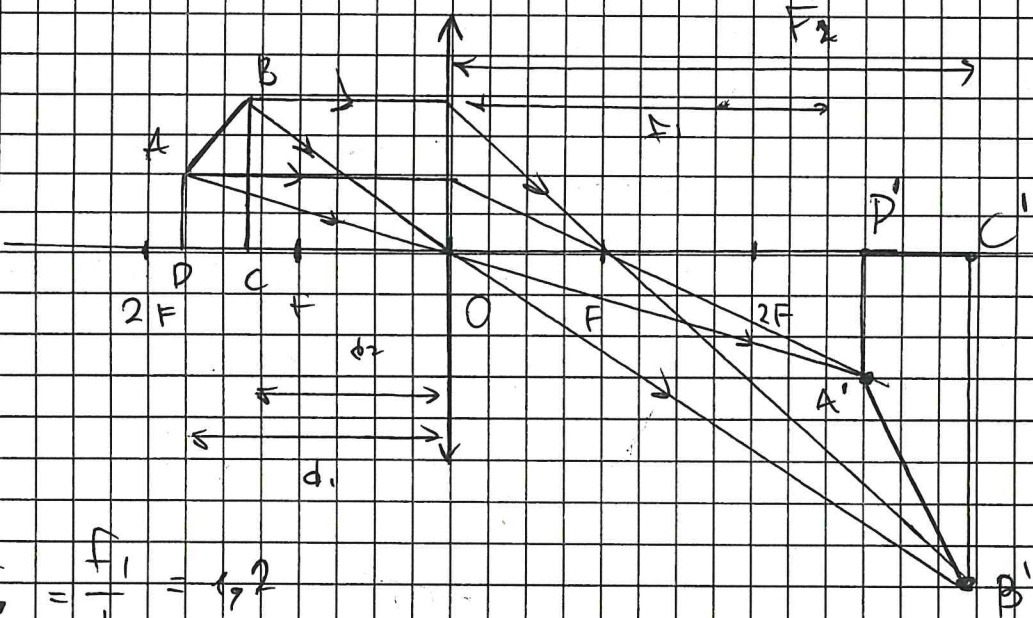
Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
70			<i>Курт</i>

№1:

т.к. $\Gamma_1 = 1,2 > 1$ и $\Gamma_2 = 4 > 1 \Rightarrow$ либо оба отрезка находятся между F и $2F$, либо оба отрезка ближе F

1) Рассмотрим триев, когда оба ближе между F и $2F$:



$$\begin{cases} \Gamma_1 = \frac{F_1}{d_1} = 1,2 \\ \Gamma_2 = \frac{F_2}{d_2} = 4 \end{cases}$$

По ф-ле для тонкой линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d} \Rightarrow \frac{1}{F} = \frac{d-f}{Fd} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow F = \frac{Fd}{d-f} \quad (1)$$

Подставим в систему:

$$\begin{cases} \Gamma_1 = \frac{F}{d_1 - F} = 1,2 \\ \Gamma_2 = \frac{F}{d_2 - F} = 4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} 10F &= 12d_1 - 12F \\ d_1 &= \frac{22}{12}F = \frac{11}{6}F; \\ F &= 4d_2 - 4F \Rightarrow d_2 = \frac{5}{4}F \Rightarrow \\ &\Rightarrow d_2 = \frac{5}{4}F \end{aligned}$$

Аналогично:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{F} + \frac{1}{d} \Rightarrow \frac{1}{d} = \frac{1-F}{F \cdot F} \Rightarrow d = \frac{F \cdot F}{F - F}, \text{ тогда}$$

$$\begin{cases} \Gamma_1 = \frac{F_1 - F}{F} = 1,2 \\ \Gamma_2 = \frac{F_2 - F}{F} = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10F_1 - 10F = 12F \\ F_2 - F = 4F \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_1 = \frac{11}{5}F \\ F_2 = 5F \end{cases}$$

$$\Gamma_1 = \frac{h_1}{h_1} = \frac{A'D'}{AD} = 1,2 \Rightarrow A'D' = 1,2AD$$

$$\Gamma_2 = \frac{B'C'}{BC} = 4 \Rightarrow B'C' = 4BC = 4 \cdot 2AD = 8AD$$

$$CD = d_1 - d_2 = F \left(\frac{11}{6} - \frac{5}{4} \right) = \frac{7}{12}F$$

$$C'D' = F_2 - F_1 = F \left(5 - \frac{11}{5} \right) = \frac{14}{5}F$$

$$\Rightarrow \frac{S}{S'} = \frac{\frac{1}{2}(AD + BC) \cdot CD}{\frac{1}{2}(A'D' + B'C') \cdot C'D'}$$

$$= \frac{(AD + 2AD) \cdot CD}{(1,2AD + 8AD) \cdot C'D'}$$

$$= \frac{3 \Delta D \cdot \frac{7}{12} F}{9,2 \Delta D \cdot \frac{4}{3} F} = \frac{S^*}{S} \Rightarrow \frac{S'}{S} = \frac{9,2 \cdot \frac{4}{3}}{3 \cdot \frac{7}{12}} \approx \underline{4,21}$$

2) Рассмотрим когда оба ближе F , так

~~как~~ по Ф-ле тонкой линзы: (с.к. упрощ. изображение)

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{d} - \frac{1}{F} = \frac{F-d}{Fd} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f = \frac{Fd}{F-d} \Rightarrow f_1 = \frac{F}{F-d'_1}$$

$$f_2 = \frac{F}{F-d'_2}, \text{ так } d'_1 = OD > d'_2 = OC \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F-d'_1 < F-d'_2 \Rightarrow \frac{F}{F-d'_1} > \frac{F}{F-d'_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_1 > f_2 \Rightarrow 1, 2 > 4 - \text{Противоречие:}$$

Ответ: $\frac{S'}{S} = 4,21$

-105

Реш.

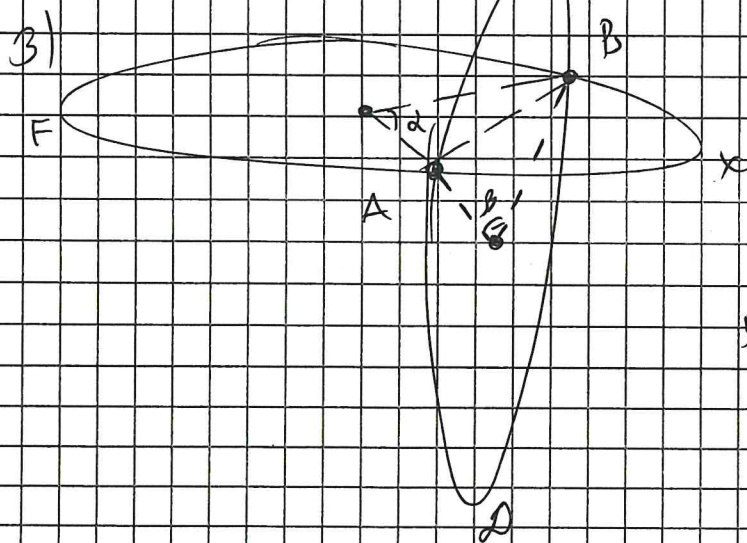
1) По ф-ле сопротивления проводника:

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S}, \text{ т.к. } S_1 = S_2, \nu_1 = \nu_2 \Rightarrow$$

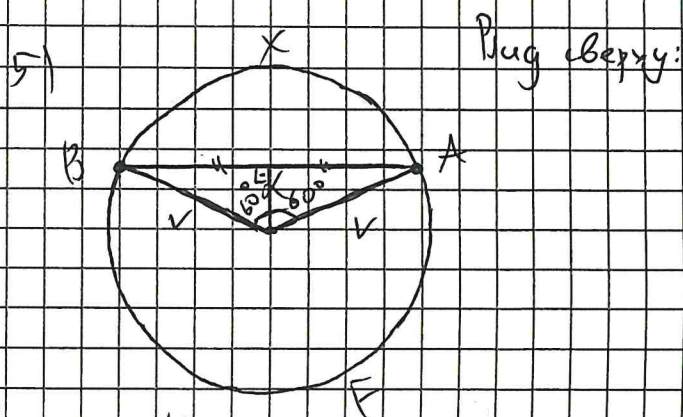
$$\Rightarrow 2\pi\nu_1 = 2\pi\nu_2 \Rightarrow l_1 = l_2; \text{ т.к. один материал, то } \rho_1 = \rho_2 \Rightarrow R_{12} = \frac{\rho_1 l_1}{S_1} = \frac{\rho_2 l_2}{S_2} = R_{12} = R$$

2) Заметим, что сопротивления фаз относ-ся как их длины: $\frac{R_x}{R_y} = \frac{\frac{\rho l_x}{S}}{\frac{\rho l_y}{S}} = \frac{l_x}{l_y}$

Будем это исп-ть в ходе решения



4) т.к. $x = \frac{1}{3}l$, где $l = 2\pi\nu$ — длина окруж-ности
 $\Rightarrow AFB = l - \frac{1}{3}l = \frac{2}{3}l$



Составим пропорцию $\frac{x}{360} = \frac{x}{l} \Rightarrow$

$$\angle = 360 \cdot \frac{\frac{1}{3}l}{l} = 120^\circ \Rightarrow AB = 2 \cdot r \cdot \sin 60^\circ =$$

$$= 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot r = r\sqrt{3} \text{ (Длина хорды)}$$

т.к. радиусы ок-ей равны $\Rightarrow$

$$\Rightarrow AB = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\beta}{2} \Rightarrow r\sqrt{3} = 2r \cdot \sin \frac{\beta}{2}$$

$$\Rightarrow \beta = 2 \arcsin \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 120^\circ = \angle$$

$$\Rightarrow \text{(Длина дуги)} \quad \overset{\frown}{ACB} = l \cdot \frac{120}{360} = \frac{1}{3}l = \cancel{\frac{1}{3}l}$$

$$\Rightarrow ADB = l - \overset{\frown}{ACB} = l - \frac{1}{3}l = \frac{2}{3}l$$

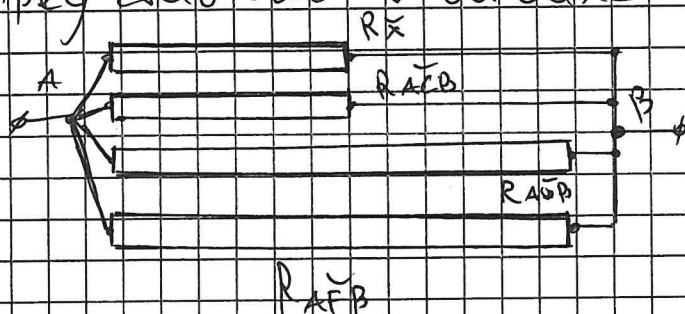
а) Рассчитаем сопр-я каждого из уч-ов:

$$\frac{R_{\overset{\frown}{ACB}}}{R} = \frac{\frac{1}{3}l}{l} \Rightarrow R_{\overset{\frown}{ACB}} = \frac{1}{3}R$$

$$R_{\cancel{\overset{\frown}{ACB}}} = \frac{1}{3}R ; R_{ADB} = R \cdot \frac{\frac{2}{3}l}{l} = \frac{2}{3}R ;$$

$$R_{\overset{\frown}{APB}} = \frac{2}{3}R$$

г) Представим эквивалентную цепь:



Тогда по ф-ле пар-но сог. пров:

$$R_{AB} = \frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_{A\bar{C}B}} + \frac{1}{R_{A\bar{D}B}} + \frac{1}{R_{A\bar{E}B}} =$$

$$= \frac{3}{R} + \frac{3}{R} + \frac{3}{2R} + \frac{3}{2R} = \frac{6+6+3+3}{2R} = \frac{9}{R}$$

$$\Rightarrow R_{AB} = \frac{R}{9}, \text{ где } R - \text{сопр. одно кольцо}$$

Ответ: 9 (в 9 раз меньше) до.

№3:

Т - начальная темп-ра во втором
калорим., причём у усл. $T > 10^\circ\text{C}$

1) После переноса ал. бруска у 2-го
в 1-ый: ур-е ТБ:

$$Q_1 = m_{ал} \cdot c_{ал} \cdot (T_k - T) \quad - \text{для аллюм. ср.}$$

$$Q_2 = m_{в} \cdot c_{в} \cdot (T_k - 10) \quad - \text{для воды в 1 кал.}$$

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow \text{Подставим числ. знач-я:}$$

$$-1 \cdot \overset{3}{800} \cdot (t_k - t) = \overset{14}{8200} (t_k - t_0)$$
$$-t_k + t = 14t_k - 140 \Rightarrow t_k = \frac{t + 140}{15}$$

2) Ал. брусок переключают обратно, теплопотери не пренебрежём

$Q_3 = m_{a1} \cdot c_{a1} (t' - t_k)$ — ал. бр.

$Q_4 = m_{b2} \cdot c_{b2} (t' - t)$ — вода во 2-м к.

$$-3 \cdot \overset{3}{800} (t' - t_k) = \overset{56}{16800} (t' - t) \Rightarrow$$

$$3t_k - 3t' = 56t' - 56t \Rightarrow 59t' = 3t_k + 56t,$$

с учётом t_k : $59t' = \frac{t + 140}{5} + 56t =$

$$= \frac{281t + 140}{5} \Rightarrow t' = \frac{281t + 140}{295} =$$

$$= \frac{281}{295} t + \frac{28}{59} \text{ } ^\circ\text{C} \text{ — конеч. температура}$$

после ~~каждого~~ одного цикла, тогда

$$\cancel{a = \frac{281}{295}}; \cancel{b = \frac{28}{59}};$$

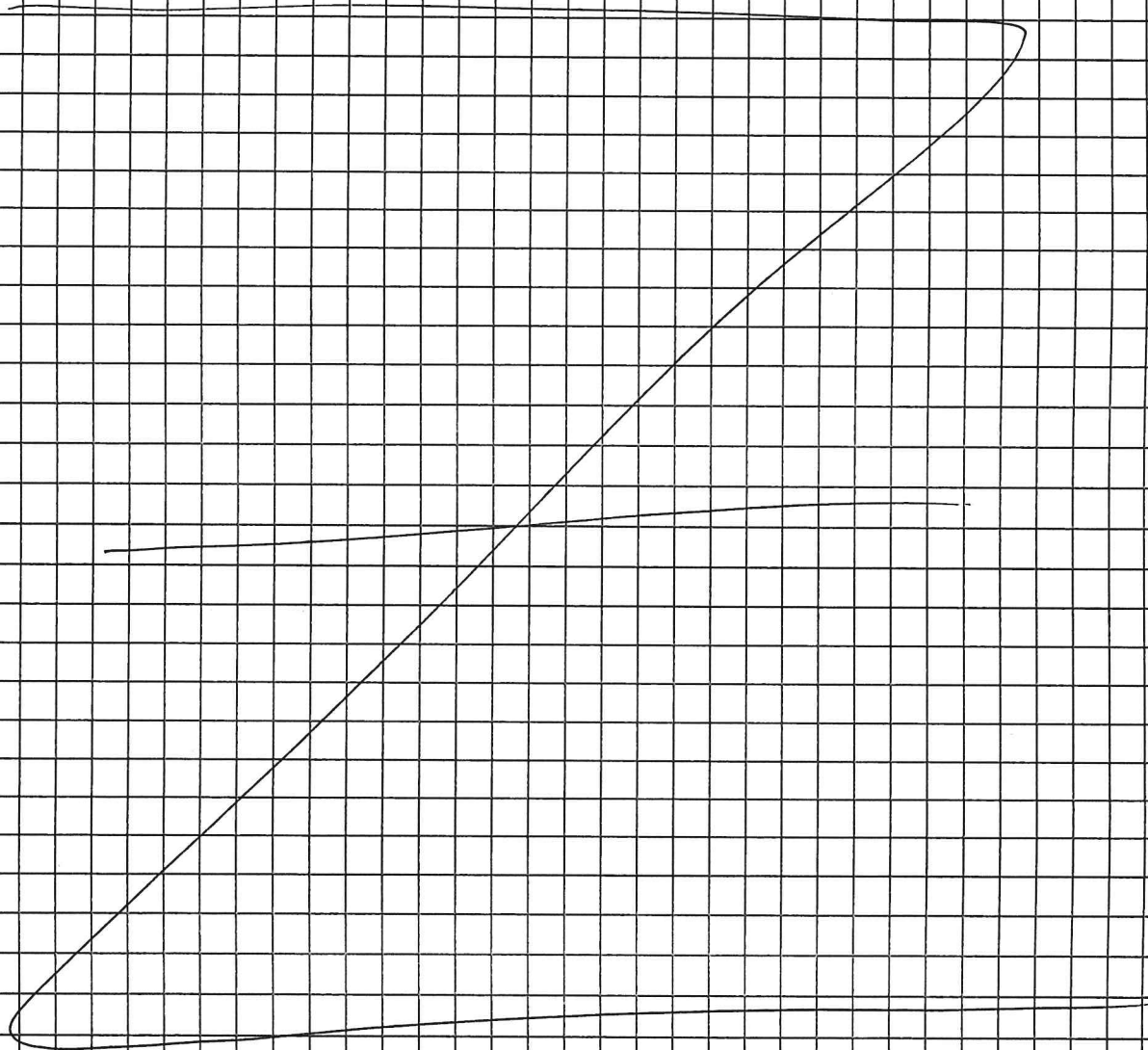
~~изменение~~ ^{изменение} разницы температур за один цикл равно:

105

$$\Delta f = \left(\frac{1}{4} - 10 \right) - \left(\frac{281}{295} + \frac{28}{58} - \frac{1}{15} - \frac{140}{15} \right) =$$

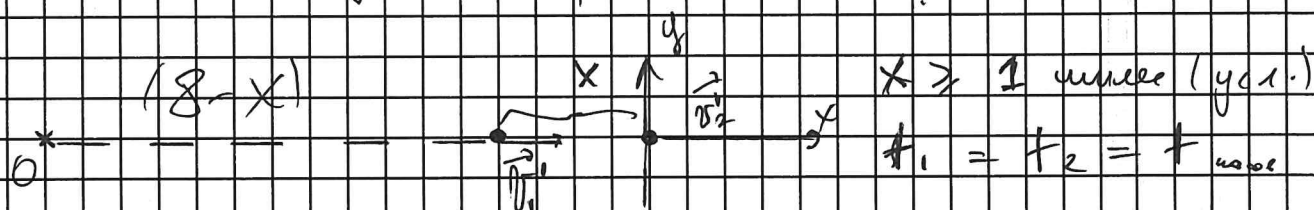
$$= \frac{1}{4} - \frac{281}{295} + \frac{1}{15} - 10 - \frac{28}{58} + \frac{140}{15} =$$

$$= \frac{101}{885} - \frac{202}{171}$$



№ 2:

- 1) Второй корабль первый прохит t -ку
пересека траекторий и y -я,
в таком случае в момент, когда они
окаж. на одной прямой:



2)

Таким образом:

$$S_1 = 8 - x$$

$$S_2 = 10$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8 - x = \sigma_1 t + \frac{a_{1x}}{2} t^2 & : O_x \\ 10 = \sigma_2 t + \frac{a_{2y}}{2} t^2 & : O_y \end{cases}$$

$$|a_{1x}| = |a_{2y}|, \quad \begin{matrix} \vec{O}_1 \uparrow \uparrow O_x \\ \vec{O}_2 \uparrow \uparrow O_y \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} a_{1x} > 0 \\ a_{2y} > 0 \end{matrix}, \quad a_1 = a_2 = a$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8 - x = 8t + \frac{at^2}{2} \\ 10 = 10t + \frac{at^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \text{уточном } t_1 \text{ и } t_2:$$

$$8 - x - 10 = t(8 - 10) \Rightarrow \frac{-(x+2)}{10-8} = t;$$

$$\begin{cases} t > 0 \\ x \geq 1 \text{ или} \end{cases} \Rightarrow -\frac{(x+2)}{2} \neq \frac{1}{2} > 0 \Rightarrow$$

⇒ Такое невозможно

$$3) \exists a_{1x} = -a_{2y} \Rightarrow \begin{cases} 8 - x = 8t + \frac{at^2}{2} \\ 10 = 10t - \frac{at^2}{2} \end{cases} \quad (+)$$

ускор-я разнонап-6

$$8 + 10 - x = 18t \Rightarrow t = \frac{18-x}{18} = 1$$

$$\Rightarrow x = 18(1-t) \geq 1 \Rightarrow 1-t \geq \frac{1}{18} \Rightarrow t \leq \frac{17}{18} \quad (*)$$

Подставив в сист. найдем.

$$\begin{cases} 8 - 18 + 18t = 8t + \frac{at^2}{2} \\ 10 = 10t - \frac{at^2}{2} \end{cases};$$

0 $a(t)$:
 раскл-е ф-ии: $20 = 20t - a t^2 =$
 $\Rightarrow 20 - 20t = -a t^2 \Rightarrow a = \frac{20t - 20}{t^2}, \text{ т.к. } t \neq 0$

$a = 20 \left(\frac{t-1}{t^2} \right)$, заметим, что функция

$a' = 20 \cdot \left(\frac{t-1}{t^2} \right)' = 20 \left(\frac{(t-1) \cdot 2t - t^2}{t^4} \right) =$

$= 20 \cdot \left(\frac{2t^2 - 2t - t^2}{t^4} \right) = 20 \left(\frac{t(t-2)}{t^4} \right) =$

$= 20 \left(\frac{t-2}{t^3} \right)$

для: $t \neq 0$
 $t = 2$, т.к. $t \in (0; \frac{14}{18}] \Rightarrow$ и $a(t)$ -

убывает монотонно на ~~на~~ $t \in (0; 2)$

$\Rightarrow$ минимальное значение a достигается

при $t = \frac{14}{18}$: $a\left(\frac{14}{18}\right) = 20 \cdot \left(\frac{\frac{14}{18} - 1}{\left(\frac{14}{18}\right)^2} \right) = -\frac{360}{289}$

функция < 0 при $t \in (0, \frac{14}{18}]$, т.к.

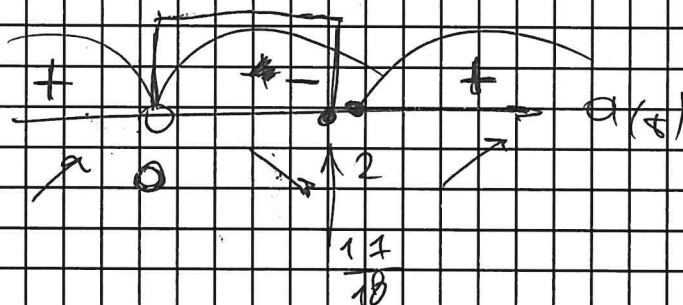
имеем 1 ат-точка $\Rightarrow$ будет рассел.

функцию $a = 20 \left| \frac{t-1}{t^2} \right| = 20 \frac{1-t}{t^2}$ на $(0; \frac{14}{18}]$

$$a' = 20 \left(\frac{-(1-t) \cdot 2t + t^2 \cdot (-1)}{t^4} \right) =$$

$$= 20 \left(\frac{-2t + 2t^2 - t^2}{t^4} \right) = 20 \left(\frac{t(-2+t)}{t^4} \right) = 20 \left(\frac{t-2}{t^3} \right)$$

Нули: $\begin{cases} t \neq 0 \\ t = 2 \end{cases}$



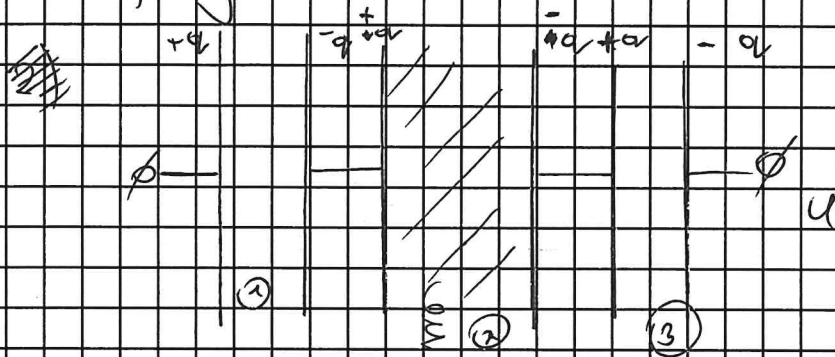
Тогда a - миним при $t = \frac{14}{18}$, подставив
получим:

$$a = -20 \left(\frac{\frac{14}{18} - 2}{\left(\frac{14}{18}\right)^3} \right) = \frac{360}{289} \approx 1,25 \text{ мкс}^2$$

Ответ: ~~1,25 мкс~~ $a_{\text{мин}} = 1,25 \text{ мкс}^2$

№5:

1) Представим эквивалентную цепь:



т.к. конденсаторы соединены последовательно, то $|q_1| = |q_2| = |q_3| = |q|$

$$2) C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{d_1}, \quad S = L \cdot L \quad d_1 = d$$

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{d}; \quad C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{h}, \quad \text{где } h - \text{толщина диэлектрика}$$

$$C_3 = \frac{\epsilon_0 S}{H - (d + h)}$$

Тогда по формуле послед. соедин. конденсаторов:

$$\frac{1}{C_0} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{d + h + H - (d + h)}{\epsilon_0 S} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_0 = \frac{1}{\cancel{\frac{\beta}{\beta_0 S}} \cdot \frac{\cancel{\beta} H + \cancel{\beta} h - \cancel{\beta} d - \cancel{\beta} h + h}{\beta \beta_0 S}} =$$

$$= \frac{\beta (H - h) + h}{\beta \beta_0 S} = \frac{\beta H + h (1 - \beta)}{\beta \beta_0 S}$$

$$\Rightarrow C_0 = \frac{\cancel{\beta} H + h (1 - \cancel{\beta})}{\beta \beta_0 S} =$$

$$\text{тогда } q = C_0 U = \frac{\beta \beta_0 S U}{\beta H + h (1 - \beta)} = \text{const}$$

$$\text{Так } E = \frac{q}{\beta \beta_0 S}, \text{ т.к. } \beta \text{ конг. } \beta = 1 < \beta_2$$

втор. конг

$\Rightarrow$ Пробой произойдёт в β_1 конг:

$$E_{\text{пробой}} = \frac{q'}{\beta_0 S} \Rightarrow q' = \beta_0 S \cdot E_{\text{пробой}}$$

$$\text{с другой стороны } q^* = \frac{\epsilon_0 S U}{H + h' (1 - \epsilon)}$$

$$\Rightarrow \frac{\epsilon_0 S U}{H + h' (1 - \epsilon)} = \frac{\epsilon_0 S \cdot E_{\text{проб}}}{H + h' (1 - \epsilon)}$$

$$H + h' (1 - \epsilon) = \frac{\epsilon_0 U}{S \cdot E_{\text{проб}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h' (1 - \epsilon) = \frac{\epsilon_0 U}{S \cdot E_{\text{проб}}} - H$$

$$h' = \frac{\epsilon_0}{1 - \epsilon} \left(\frac{U}{S \cdot E_{\text{проб}}} - H \right), \text{ ко}$$

$$Sh' = Sh + \Delta V \Rightarrow h' = h + \frac{\Delta V}{S}$$

$$\Rightarrow h = \frac{\epsilon_0}{1 - \epsilon} \left(\frac{U}{S \cdot E_{\text{проб}}} - H \right) - \frac{\Delta V}{S} =$$

$$= \frac{\epsilon_0}{1 - \epsilon} \left(\frac{400 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^{-4} \cdot 20 \cdot 10^6} - 0,01 \right) - \frac{25 \cdot 10^{-3}}{100 \cdot 10^{-2}} =$$

=