

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
50			<i>Кисил</i>
Шифр			920320

1) Дано. Анализ и Решение.

Антон (А)



Антон $- t_1$

Борис (Б)



Борис $- t_1'$

$S(A) = S(B)$



• Время на первую треть t_1, t_1'

$\Delta t = ?$

• Время на вторую треть t_2, t_2'

Пусть начальная скорость Антона: $S_1 = 0$, его ускорение a , конечная скорость после $\frac{1}{3}$ пути S_A . По формуле движения с ускорением:

$$S_1 = \frac{1}{2} a t_1^2$$

$$\frac{S}{3} = \frac{1}{2} a t_1^2$$

Вторая треть пути у Антона: $S_2 = S_A t_2 = \frac{S}{3} t_2$ Выразим t_2 :

$$t_2 = \frac{S}{3 S_A}$$

Третья треть пути у Антона тормозит до остановки, т.е. его движение аналогично первому этапу. Отсюда получим $t_3 = t_1$
Борис: первая треть пути он бежит со скоростью $S_A = \frac{1}{4} = \frac{S}{3 S_A}$

Третья треть пути с постоянной скоростью. Время на этом

участке: $t_3' = \frac{S}{3 S_A}$

Время Антона: $T_A = t_1 + t_2 + t_3 = t_1 + \frac{S}{3 S_A} + t_1 = 2 t_1 + \frac{S}{3 S_A}$, Тогда:

$$T_A = 2 \sqrt{\frac{2S}{3a}} + \frac{S \sqrt{3}}{3 \sqrt{2aS}}$$

Время Бориса: $T_B = t_1' + t_2' + t_3' = t_1' + \frac{S \sqrt{3}}{3 \sqrt{2aS}} + t_1'$

$$t_1' = \sqrt{\frac{2S}{3a}}$$

$$t_3' = \frac{S}{3 S_B} = \frac{S \sqrt{3}}{3 \sqrt{16aS}}$$

Ответ: $T_A < T_B \Rightarrow$ Антон пробежит быстрее.

$$\Delta t = \frac{S}{3 S_A}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

920320

2) Дано: Анализ и Решение.

$$S_0(1) = S_0(2)$$

$$d_{\min} = S$$

для первого маятника:

$$x_1 = S_0 t \cos \alpha$$

для второго маятника:

$$x_2 = S - S_0 t \cos \beta$$

Расстояние между ними:

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

Подставим выражения:

$$x_2 - x_1 = S - S_0 t (\cos \beta + \cos \alpha)$$

$$y_2 - y_1 = S_0 t (\sin \beta - \sin \alpha) \quad \text{Тогда:}$$

$$d^2 = (S - S_0 t (\cos \alpha + \cos \beta))^2 + (S_0 t (\sin \beta - \sin \alpha))^2$$

Чтобы найти минимальное расстояние дифференцируем

$$d^2(t) \text{ по времени и решаем ур-е } \frac{d(d^2)}{dt} = 0$$

Обозначим: $A = \cos \alpha + \cos \beta$, $B = \sin \beta - \sin \alpha$. Тогда:

$$d^2 = (S - S_0 A t)^2 + (S_0 B t)^2 = S^2 - 2 S S_0 A t + S_0^2 A^2 t^2 + S_0^2 B^2 t^2$$

$$d^2 = S^2 - 2 S S_0 A t + S_0^2 (A^2 + B^2) t^2 \quad \text{Выразим } t$$

$$t = \frac{S A}{S_0 (A^2 + B^2)}$$

$$d_{\min}^2 = S^2 - \frac{S^2 A^2}{A^2 + B^2} + \frac{S^2 A^2}{4(A^2 + B^2)} = S^2 \left(1 - \frac{A^2}{A^2 + B^2} + \frac{A^2}{4(A^2 + B^2)} \right) =$$

$$= S^2 \left(\frac{A^2 + B^2}{A^2 + B^2} - \frac{A^2}{A^2 + B^2} + \frac{A^2}{4(A^2 + B^2)} \right) = S^2 \left(\frac{A^2 + B^2 - A^2 + A^2}{4(A^2 + B^2)} \right) =$$

$$= S^2 \left(1 - \frac{3A^2}{4(A^2 + B^2)} \right)$$

$$d_{\min} = S \sqrt{1 - \frac{3A^2}{4(A^2 + B^2)}} = S \sqrt{1 - \frac{3(\cos \alpha + \cos \beta)^2}{4(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \beta - \sin \alpha)^2}}$$

$$\text{Ответ: } d_{\min} = S \sqrt{1 - \frac{3(\cos \alpha + \cos \beta)^2}{4(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \beta - \sin \alpha)^2}}$$

1.5

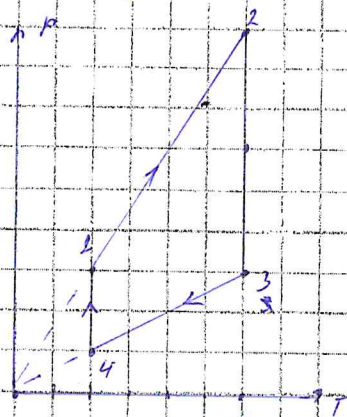
Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

3) Дано:

график циклического
процесса.

$\eta = ?$

Анализ и Решение:



ИД:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} \cdot 100\%$$

Найдем: Q_1 :

$$Q = \Delta U + A$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$$

Найдем работу:

$$A = \frac{1}{2} (V_{\max} - V_{\min}) (P_{\max} - P_{\min})$$

$$P_{\max} = 3 \text{ атм}; P_{\min} = 1 \text{ атм}; V_{\max} = 3; V_{\min} = 1$$

$$A = \frac{1}{2} (3 - 1) (3 - 1) = \frac{1}{2} \cdot 4^2 = 2 \text{ атм}$$

$$A = 2 \cdot 101,3 = 202,6 \text{ Дж}$$

В процессе 1-2 (Изотермический процесс) $Q_1 = Q_2$

$$Q_{1-2} = \frac{5}{2} \nu R T; \text{ уравнение Менделеева - Клапейрона:}$$

$$pV = \nu RT, \text{ тогда } \Delta T = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{\nu R}, \text{ тогда}$$

$$Q_{1-2} = \frac{5}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = 20 \text{ атм}$$

$$Q_1 = 20 \cdot 101,3 = 2026 \text{ Дж}$$

$$\eta = \frac{202,6 \text{ Дж}}{2026 \text{ Дж}} \cdot 100\% = 10\%$$

ответ: $\eta = 10\%$

60

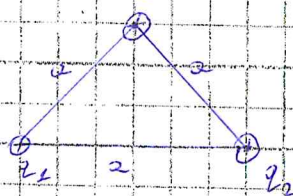
4) Дано:

Анализ и Решение

q_1, q_2, q_3

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$

$F_1 = ?$



$$\varphi = \frac{kq}{r}; \text{ Выражаем заряды:}$$

$$\varphi_1 = \frac{q_1 a}{k}; \varphi_2 = \frac{q_2 a}{k}; \varphi_3 = \frac{q_3 a}{k}$$

По закону Кулона:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{a^2}; F_{1,2} = k \frac{\left(\frac{\varphi_1 a}{k}\right) \left(\frac{\varphi_2 a}{k}\right)}{a^2} = \frac{\varphi_1 \varphi_2}{k a}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$F_{1,3} = \frac{\varphi_1 \varphi_3}{k_2}$; Все силы $F_{1,2}$ и $F_{2,3}$ направлены от второго и третьего шариков, поскольку все шары положительные. Т.к. треугольник равносторонний, а силы $F_{1,2}$ и $F_{1,3}$ направлены вдоль сторон треугольника под углом 120° друг к другу. По теореме косинусов:

$$F_1 = \sqrt{F_{1,2}^2 + F_{1,3}^2 + 2 F_{1,2} F_{1,3} \cos 120^\circ} =$$

$$= \sqrt{F_{1,2}^2 + F_{1,3}^2 - F_{1,2} F_{1,3}} = \frac{1}{k_2} \sqrt{\varphi_1^2 \varphi_2^2 + \varphi_1^2 \varphi_3^2 - \varphi_1^2 \varphi_2 \varphi_3}$$

Ответ: $F_1 = \frac{1}{k_2} \sqrt{\varphi_1^2 \varphi_2^2 + \varphi_1^2 \varphi_3^2 - \varphi_1^2 \varphi_2 \varphi_3}$

5) Дано:

Или Анализ и Решение:

$V = 5000 \text{ м}^3$

Используем уравнение Менделеева-Клапейрона:

$P_m = 110 \text{ кПа}$ $n \cdot 10^{23} P V = \int R T$

$P_{\text{атм}} = 100 \text{ кПа}$ 10^5 Па $n = \frac{P_m V}{R T}$; $m_m = \int m_n = \frac{P_m V}{R T} M_m$

$T = 43^\circ \text{C}$

Значит рассчитываем массу газа в баллоне при P_m

$P_m = 5000 \text{ Па}$ Воздух

$\varphi_1 = 10\%$

т.е. $m_{\text{H}_2\text{O}_2} = \varphi_1 \cdot \frac{P_{\text{атм}} V}{R T} = 0,1 \cdot \frac{10^5 \cdot 5000}{8,31 \cdot 318} = 18240 \text{ кг}$

$\varphi_2 = 90\%$

т.е. $m_{\text{H}_2\text{O}} = \varphi_2 \cdot \frac{P_{\text{атм}} V}{R T} = 0,9 \cdot \frac{10^5 \cdot 5000}{8,31 \cdot 318} = 171385 \text{ кг}$

$m = ?$

$\frac{m_{\text{H}_2\text{O}_2}}{m_{\text{H}_2\text{O}}} = \frac{18240}{171385} = 0,106$

Масса баллона: масса воздуха в шаре составляет P_m . Отсюда получаем, чтобы уравновесить эту массу снизу балласт P_m

Ответ: $m = P_m$.