

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
155	12.03.25	Луганский Ч.З.	<i>[Signature]</i>
Шифр 025-2-11-89			

$$(x+a-b)^2 = (2+b-c)^2 + (g+c-a)^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 6^2 + 6^2 + 6^2 = 108$$

$$x = y = z = 6$$

1.5

$$P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 506 \quad P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = ?$$

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$$

$$x^2(x^4 + x^3 - 4x^2 + 1) - x + 506 = 0$$

$$x^4 + x^3 - 4x^2 + 1 = 0$$

x_1, x_2, x_3, x_4 - корни $Q(x) \Rightarrow$ при

умножении $Q(x) = 0$, мы получим:

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = x_1^2(0) - x_1 + 506 + x_2^2(0) - x_2 + 506 + x_3^2(0) - x_3 + 506 + x_4^2(0) - x_4 + 506 =$$

$$-x_1 - x_2 - x_3 - x_4 + 2024 =$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1$$

По Теореме Виета для $Q(x)$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1$$

$$\Rightarrow P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = -(-1) + 2024 =$$

$$= 1 + 2024 = 2025$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр 025-2-11-79

$$x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 - \cos \frac{x^2 - \sqrt{2}x - 4}{18} = 0.$$

$$x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 = \cos \frac{(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})}{18}$$

Заметим, что $f(x) = x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11$, всегда
не больше 1

$$\geq 0, \quad -1 \leq \cos \frac{(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})}{18} \leq 1.$$

$\Rightarrow x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11$ должно равняться 1 для
выполнения равенства; $\cos \frac{(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})}{18} = 1$

$$(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2}) = 0.$$

$$x = \sqrt{2} \quad x = -\sqrt{2}.$$

подставим корни $x_1: 2 - 6\sqrt{5} + 11 = 1$ неверно.

$$x_2: 8 - 18 + 11 = 1 \text{ верно} \Rightarrow \text{Ответ: } x = -\sqrt{2}.$$

~4

$$x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1} = x_1 x_2 \dots x_n, \quad \text{если } x_1, x_2, \dots, x_n \neq 0$$

$$(x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1) \geq 1, \quad \text{Заметим что}$$

чем больше n тем больше степень у выражения

$$x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1}, \quad \text{и } x_1 x_2 \dots x_n \text{ не возрастает}$$

$$\text{также сильно как первое выражение} \Rightarrow x_1 = x_2 = \dots = x_n$$

$$\text{проверим, } n=1. \quad x_1 = x_1, \quad x_1 = 1, \quad (1-1+1) \geq 1 \quad 1 \geq 1$$

$$\text{верно, } n=2. \quad x_1 + x_2 = x_1 x_2, \quad x_1 = 2, \quad x_2 = 2, \quad (2-1+1)(2-1+1) \geq 1$$

$$4 \geq 1 \text{ верно, } n=3. \quad x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = x_1 x_2 x_3, \quad 3x_1^2 = x_1^3, \quad x_1 = 3, \quad (3-1+1)(3-1+1)(3-1+1) \geq 1$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			025-2-11-79

15.

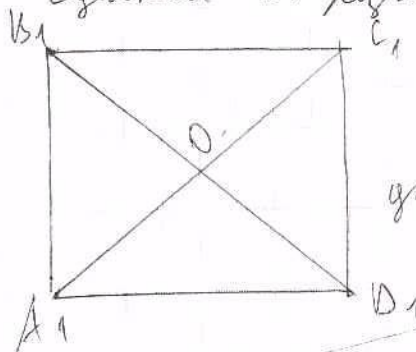
Дано:

$ABCA_1B_1C_1D_1$ - куб. α и β плоскости
 $\alpha \perp AC_1$, $\beta \parallel CA_1$.

$\angle A_1B_1K_1$ - ?

Решение.

Сделаем сечение куба $A_1B_1C_1D_1$



в кубе.

упрощен. репр.

сечение

пог. прямые углы и делит
углы пополам $\Rightarrow \angle A_1B_1O = 45^\circ$

в $\triangle A_1B_1K_1$ и $\triangle A_1B_1O$

$\angle A_1B_1K_1 = 45^\circ$ т.к. это

равносторонний $\triangle$ -ик.

$\angle B_1O C_1 = \angle A_1B_1O (90-45)$

$\angle B_1O C_1, C_1B_1O = \angle B_1B_1A_1$

$= 45^\circ$ (попрет. лев.)

$\angle A_1B_1K_1 = 2A_1 - A_1B_1K_1 =$

$= 90^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 45^\circ$

Ответ: искомый угол $\angle A_1B_1K_1 = 45^\circ$