

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
138	12.03.25	Сурганов И.Э.	Ж

Шифр 025-2-11-78

11. $(7+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (3+c-a)^2$

сделаем замену

$7+a-b = k$ $2+b-c = l$ $3+c-a = m$

$\sqrt{k^2} + \sqrt{l^2} + \sqrt{m^2} = \sqrt{(7+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (3+c-a)^2}$ / уберем
из каждого
члена
корень
 $k + l + m = 7+a-b + 2+b-c + 3+c-a$

$k+l+m = 18$; т.к. необходимо чтобы
сумма квадратов была миним. $\Rightarrow k=l=m = \frac{18}{3} = 6$,
т.е. $6^2 + 6^2 + 6^2 = 108$

$7+a-b=6$

$a=1$ $b=2$

$2+2-c=6$

$c=-2$

$3-2-1=6$

Ответ: 108.

12. $P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 506$; $Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$

x_1, x_2, x_3, x_4 - корни $Q(x) \Rightarrow x_1^4 + x_1^3 - 4x_1^2 + 1 = 0$, также для x_2, x_3, x_4

$P(x) = x^2(x^4 + x^3 - 4x^2 + 1) - x + 506$

$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = ?$

$P(x_1) = x_1^2(x_1^4 + x_1^3 - 4x_1^2 + 1) - x_1 + 506$

$P(x_1) = 0 - x_1 + 506 = 506 - x_1$

$P(x_2) = x_2^2(x_2^4 + x_2^3 - 4x_2^2 + 1) - x_2 + 506 = 0 - x_2 + 506 = 506 - x_2$

$P(x_3) = x_3^2(x_3^4 + x_3^3 - 4x_3^2 + 1) - x_3 + 506 = 0 - x_3 + 506 = 506 - x_3$

$P(x_4) = x_4^2(x_4^4 + x_4^3 - 4x_4^2 + 1) - x_4 + 506 = 0 - x_4 + 506 = 506 - x_4$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр 025-2-М-48

Представим $Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$, в виде

$$Q(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 + 5x^3 - 6x^2 + 3x + x^2 - 2x + 1$$

$$= x^2(x^2 - 2x + 1) + 3x(x^2 - 2x + 1) + 1 \cdot (x^2 - 2x + 1) =$$

$$= (x^2 + 3x + 1)(x^2 - 2x + 1) = \cancel{x^4} - 4x^3 + x^2 + 1$$

$$(x^2 + 3x + 1)(x^2 - 2x + 1) = 0$$

$$x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 5 \quad \sqrt{D} = \sqrt{5}$$

$$(x - 1)^2 = 0 \quad (x - 1)/(x - 1) = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}; \quad x_{1,2} = \frac{-3 - \sqrt{5}}{2}; \quad x_{2,2} = \frac{-3 + \sqrt{5}}{2} \quad x_2 = 1 \quad x_3 = 1; \quad x_4 = 1$$

Получим $x_{1,2} = \frac{-3 - \sqrt{5}}{2}; \quad x_{2,2} = \frac{-3 + \sqrt{5}}{2}; \quad x_3 = 1; \quad x_4 = 1$

Подставим.

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = 506 - \left(-\frac{3 - \sqrt{5}}{2}\right) + 506 - \left(-\frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right) +$$

$$+ 506 - 1 + 506 - 1 = 506 + \frac{3 + \sqrt{5}}{2} + 506 + \frac{3 - \sqrt{5}}{2} + 506 \cdot 1$$

$$+ 506 \cdot 1 = 506 \cdot 4 - 2 + \frac{3 + \sqrt{5}}{2} + \frac{3 - \sqrt{5}}{2} = 2024 - 2 + 3 = 2025$$

Ответ: $P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = 2025$.

40

нз

$$x^2 - 65x^2 + 11 + 11 = \cos \frac{x^2 + 52x - 4}{18} = 0$$

$$x^2 - 65x^2 + 11 = \cos \frac{x^2 + 52x - 4}{18}$$

Докажем, что $x^2 - 65x^2 + 11$ всегда > 0 .

$$x^2 - 65x^2 + 11 > 0$$

$$(65x^2 + 1) < x^2 + 11$$

$$36x^2 + 36 < x^2 + 22x^2 + 12x$$

$$x^2 - 14x^2 + 85 > 0$$

$$D = 196 - 85 \cdot 4 = -144; \quad D < 0; \quad \text{т.е. } x^2 - 14x^2 + 85 \text{ всегда } > 0$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			025-2-11-48

$$x^2 - 6\sqrt{5}x + 11 = \cos \frac{x^2 + \sqrt{5}x - 4}{18}$$

$$\cos \frac{x^2 + \sqrt{5}x - 4}{18} = \cos \frac{(16x^2 + 10\sqrt{5}x - 44)}{18} = \cos \frac{(3\sqrt{5}x + 8)^2 - 81}{18}$$

$$\geq \cos \frac{(3\sqrt{5}x + 8 - 9)^2}{18} \leq \cos \frac{(3\sqrt{5}x + 8 + 9)^2}{18} = \cos \frac{(3\sqrt{5}x + 17)^2}{18}$$

$$\cos \frac{x^2 + \sqrt{5}x - 4}{18} \geq 0$$

$$0 \leq \cos \frac{x^2 + \sqrt{5}x - 4}{18} \leq 1$$

Единственное подходящее значение для уравнения является $\cos \frac{x^2 + \sqrt{5}x - 4}{18} = 1$

$$\Rightarrow x^2 + (3\sqrt{5}x - 6)(3\sqrt{5}x + 8) = 0 \rightarrow 3\sqrt{5}x + 8 = 0 \quad 3\sqrt{5}x - 6 = 0$$

$$x = -\frac{8}{3\sqrt{5}} \quad x = \frac{6}{3\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \sim 0.77 \rightarrow \text{не подходит, т.к.}$$

$$64x^2 - 6\sqrt{5}x + 11 = \cos \frac{(x^2 + \sqrt{5}x - 4)}{18} = 0$$

$$x^2 - 6\sqrt{5}x + 11 = 12 \quad 12 - 6\sqrt{5}x + 11 = 0$$

$$12 \neq 6\sqrt{5}$$

Ответ: $x = -2\sqrt{5}$

нч, $x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1} = x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n$

Докажем, что $(x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1) \geq 1$

возьмем $n = 1$.

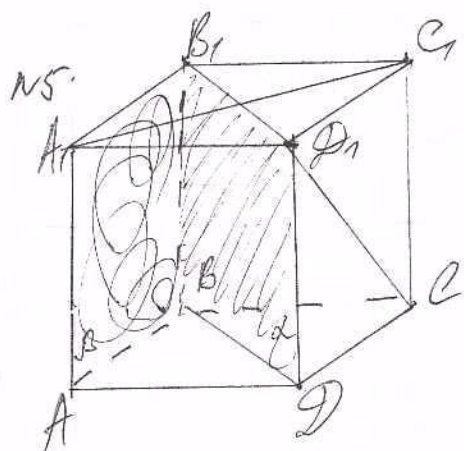
$$x_1 - 1 + 1 / (x_2 - 1 + 1) \dots / (x_n - 1 + 1) \geq 1$$

$$x_1 \cdot x_2 \dots x_n \geq 1$$

$$\downarrow x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1} \geq 1, \text{ т.к. } n = 1$$

$x_1 + x_2 + \dots + x_n \geq 1 + 1 + \dots + 1$, при $x_1, x_2, \dots, x_n > 0$ всегда будет больше или равно 1. т.д.

Шифр 025-2-11-78



Дано:
ABCD A B C D - куб.

$$\alpha \perp A_1C_1$$

B // C D,

2nd B- ?
now

Решение.

из сво-ва вадратъ,
его дна. перпен пог
прямъ глан, след.

возьмем же плоскость
 $2 B B_1 D_1 D$, а для
 плоскостей β, γ, κ

CD_1 - годок док црпом
 $\rightarrow$ можност $AA/B/CD_1$
 Г.Е $\beta AA/B/B$.

Т.к. угол в квадрате перпендикулярный
углам 90° , след. угол разрезает
углы при этом пополам, т.е. на 45° .
искомый угол является $\angle ABD$, а
именно дугирующий, у которого
угол ABD является углом при
углах, а значит он равен 45° .
Ответ: $\angle L, B = \angle ABD = 45^\circ$.

Answer: $\angle LPS = \angle APD = 45^\circ$

