

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
13	14.03	Хмидов	
Шифр			12483

$$1.) x^2 + y^2 = \frac{10}{3}xy$$

умножаем на 3

$$3(x^2 + y^2) = 10xy$$

$$3x^2 + 3y^2 = 10xy$$

$$3x^2 + 3y^2 - 10xy = 0$$

пусть $t = \frac{x+y}{x-y}$, $t^2 = ?$

$$t^2 = \left(\frac{x+y}{x-y}\right)^2 = \frac{(x+y)^2}{(x-y)^2}$$

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2, \text{ тогда } t^2 = \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^2 - 2xy + y^2}$$

$$x^2 + y^2 = \frac{10}{3}xy, \quad t^2 = \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^2 - 2xy + y^2} = \frac{\left(\frac{10}{3}xy + y^2\right)}{\left(\frac{10}{3}xy - x^2\right)}, \text{ когда } x=3y \text{ и если } x \neq 3y?$$

$$(3y)^2 + y^2 = \frac{10}{3} \cdot 3y \cdot y$$

$$9y^2 + y^2 = 10y^2$$

$$10y^2 = 10y^2$$

$$t = \frac{3y+y}{3y-y} = \frac{4y}{2y} = 2 \quad \checkmark$$

$$\frac{x+y}{x-y} = 2 \quad \text{Ответ: } 2.$$

2) $a_n = \frac{n^4 + 2n^3 - 2n - 1}{n^4}$, $n=1, n=-1$ - корни многочлена $(n-1)$ и $(n+1)$ -множителем $\Rightarrow (n^2-1)$ -множитель

$$a_n = \frac{(n-1)(n+1)^3}{n^4} \quad \checkmark \quad 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 99 \cdot 100 = \frac{(100!)}{12} = \frac{100!}{12}$$

$$\frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 98 \cdot 99!}{1} = 99!$$

$$a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot \dots \cdot a_{99} = 99!$$

Ответ: 99!

3.2) $a \geq 1, b \geq 2, c \geq 3$, пусть $a=1, b=4, c=2$

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq 21 \Rightarrow 1^2 + 4^2 + 2^2 \geq 21$$

$$1 + 16 + 4 \geq 21$$

$$21 = 21 - \text{верно } \checkmark$$

$$a+b+c \geq 7$$

$$1+4+2 \geq 7$$

$$7=7 - \text{верно}$$

и любой случай!

Место для
скобы



Открытая региональная
межвузовская олимпиада

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

4.) $x_1 + x_2 = -p, x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{2p^2}$
 $x_1^4 + x_2^4 = (x_1 + x_2)^4 - 2x_1x_2(2(x_1 + x_2)^2 - x_1x_2) =$
 $= p^4 + \frac{1}{p^2} \left(2p^2 + \frac{1}{2p^2} \right) = p^4 + \frac{1}{2p^4} + 2 \geq 2\sqrt{p^4 \cdot \frac{1}{2p^4}} + 2 = \sqrt{2} + 2$

— почему?

60

5.) $\angle BAC = \angle BDC$ и $\angle ABD = \angle ACD \Rightarrow ABCD$ вписан в окружность
 $\triangle ADP$ и $\triangle BCQ$ — равнобедренные, т.к. $AD = DP$ и $BC = BQ$,
если BD пересекает PQ в точке M , то BD делит PQ пополам, если $PM = MQ$

00