

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. Жюри | Подпись |
|------------|------|-------------|---------|
| 18         |      | Емельянова  | Еее     |
|            |      | Шифр        | 01230   |

|   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Σ  |
| 7 | 4 | 7 | - | - | 18 |

1<sup>o</sup> 1)  $x^2 + y^2 = \frac{5}{2}xy \cdot 2$

$$2x^2 - 5xy + 2y^2 = 0$$

$$2x^2 - xy - 4xy + 2y^2 = 0$$

$$x(2x - y) - 2y(2x - y) = 0$$

$$(2x - y)(x - 2y) = 0$$

$$\begin{cases} 2x - y = 0; \\ x - 2y = 0; \end{cases} \begin{cases} y = 2x \text{ (не подходит, ведь } x \text{ должен быть } > y) \\ x = 2y \end{cases}$$

$$\frac{x+y}{x-y} = \frac{2y+y}{2y-y} = \frac{3y}{y} = 3$$

Ответ: 3

1<sup>o</sup> 2)  $a^2 - a = a(a-1)$  - целое число

$$a^4 - a = a(a^3 - 1) = a(a-1)(a^2 + a + 1)$$
 - целое число

Рассмотрим выражение:  $\underbrace{a(a-1)}_{\text{целое число}} \underbrace{(a^2 + a + 1)}_{\text{целое число}} \Rightarrow a^2 + a + 1$  - целое число  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow a^2 + a$$
 - целое число

целое число (целое) целое число = целое число  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow a^2 - a - (a^2 + a) = a^2 - a - a^2 - a = -2a$$
 - целое число  $\Rightarrow a$  - целое число  
т.е.  $a$

$a = \frac{1}{2}$ , то  $-2a$  целое...

не доказано!

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. Жюри | Подпись |
|------------|------|-------------|---------|
|            |      |             |         |

Шифр

140209

$$\sqrt[10]{3) a_n = 1 + \frac{n^4}{n} - \frac{2n^3}{n^3} - \frac{1}{n^4} = \frac{n^4 + 2n^3 - 2n - 1}{n^4}$$

$$\begin{aligned} n^4 + 2n^3 - 2n - 1 &= n^4 + 2n^3 - n^2 - 2n + n^2 - 1 = n^3(n+2) - n(n+2) + n^2 - 1 = \\ &= (n+2)(n^3 - n) + n^2 - 1 = n(n+2)(n^2 - 1) + (n^2 - 1) = (n^2 - 1)(n(n+2) + 1) = \\ &= (n+1)(n-1)(n^2 + 2n + 1) = (n+1)(n-1)(n+1)^2 = (n+1)^3(n-1) \end{aligned}$$

$$a_n = \frac{(n+1)^3(n-1)}{n^4}$$

$$a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot \dots \cdot a_{79} = \frac{3^3 \cdot 1}{2^4} \cdot \frac{4^3 \cdot 2}{3^4} \cdot \frac{5^3 \cdot 3}{4^4} \cdot \frac{6^3 \cdot 4}{5^4} \cdot \frac{7^3 \cdot 5}{6^4} \cdot \frac{8^3 \cdot 6}{7^4} \cdot \frac{9^3 \cdot 7}{8^4} \cdot$$

$$\dots \cdot \frac{76^3 \cdot 74}{75^4} \cdot \frac{77^3 \cdot 75}{76^4} \cdot \frac{78^3 \cdot 76}{77^4} \cdot \frac{79^3 \cdot 77}{78^4} \cdot \frac{80^3 \cdot 78}{79^4} =$$

$$= \frac{2 \cdot 3^4 \cdot 4^4 \cdot 5^4 \cdot 6^4 \cdot 7^4 \cdot 8^4 \cdot \dots \cdot 76^4 \cdot 77^4 \cdot 78^4 \cdot 79^3 \cdot 80^3}{2^4 \cdot 3^4 \cdot 4^4 \cdot 5^4 \cdot 6^4 \cdot 7^4 \cdot 8^4 \cdot \dots \cdot 76^4 \cdot 77^4 \cdot 78^4 \cdot 79^4} = \frac{2^1 \cdot 79^3 \cdot 80^3}{2^3 \cdot 79^4} =$$

$$= \frac{80^3}{2^3 \cdot 79} = \frac{8^3 \cdot 10^3}{8 \cdot 79} = \frac{64000}{79} = 810 \frac{10}{79}$$

Ответ:  $810 \frac{10}{79}$