

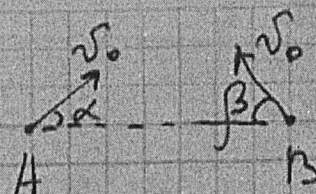
N2.
 $v_1 = v_2 = v_0$

α, β

S

1-й м. в точке A(0;0)

2-й м. в точке B(S;0)



$$\Rightarrow A: \begin{cases} x_1 = v_0 \cos \alpha t \\ y_1 = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = S - v_0 \cos \beta t \\ y_2 = v_0 \sin \beta t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

расстояние между мячиками в момент t:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = S - v_0 \cos \beta t - v_0 \cos \alpha t = S - v_0 t (\cos \beta + \cos \alpha)$$

$$\Delta y = y_2 - y_1 = v_0 \sin \beta t - \frac{gt^2}{2} - v_0 \sin \alpha t + \frac{gt^2}{2} = v_0 t (\sin \beta - \sin \alpha)$$

Квадрат расстояния:

$$\vartheta^2(t) = \Delta x^2 + \Delta y^2$$

$$\vartheta^2(t) = [S - v_0 t (\cos \beta + \cos \alpha)]^2 + [v_0 t (\sin \beta - \sin \alpha)]^2$$

$$\Rightarrow \vartheta^2 = (S - v_0 t a)^2 + (v_0 t b)^2$$

$$= S^2 - 2S v_0 a t + v_0^2 t^2 a^2 + v_0^2 t^2 b^2 = S^2 - 2S v_0 a t + v_0^2 t^2 (a^2 + b^2)$$

Минимальное расстояние получится при минимуме ф-ии $\vartheta^2(t)$. Т.к. $\vartheta^2(t) \rightarrow$ квадратич. ф-я от t:

$$\vartheta^2(t) = v_0^2 (a^2 + b^2) t^2 - 2S v_0 a t + S^2$$

$$\left[x_0 = -\frac{b}{2a} \right] \Rightarrow t_0 = \frac{2S v_0 a}{2 v_0^2 (a^2 + b^2)} = \frac{a S}{v_0 (a^2 + b^2)}$$

Подставляем: $\vartheta^2(t_0) = \frac{v_0^2 (a^2 + b^2) \cdot a^2 S^2}{v_0^2 (a^2 + b^2)^2} - 2S v_0 a \cdot \frac{a S}{v_0 (a^2 + b^2)} + S^2 =$

$$= \frac{a^2 S^2}{a^2 + b^2} - \frac{2a^2 S^2}{a^2 + b^2} + S^2 = S^2 - \frac{a^2 S^2}{a^2 + b^2}$$

Теперь упростим: a^2 и b^2 : $a^2 + b^2$

$$(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \beta - \sin \alpha)^2 = \cos^2 \alpha + 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta + \sin^2 \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \alpha =$$

$$= 1 + 1 + 2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta =$$

$$= 2 + 2(\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta) =$$

$$= 2 + 2 \cos(\alpha + \beta) = 2(1 + \cos(\alpha + \beta)) = 2 \cdot 2 \cos^2 \frac{\alpha + \beta}{2} =$$

$$= 4 \cos^2 \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right)$$

Теперь a : $a = \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow a^2 = 4 \cos^2 \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos^2 \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{a^2 + b^2} = \frac{4 \cos^2 \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos^2 \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)}{4 \cos^2 \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right)} = \cos^2 \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$\Rightarrow$ Подставляем:

$$\Phi^2(t_0) = s^2 - \frac{a^2 s^2}{a^2 + b^2} = s^2 \left(1 - \frac{a^2}{a^2 + b^2} \right) = s^2 \left(1 - \cos^2 \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right) \right) =$$

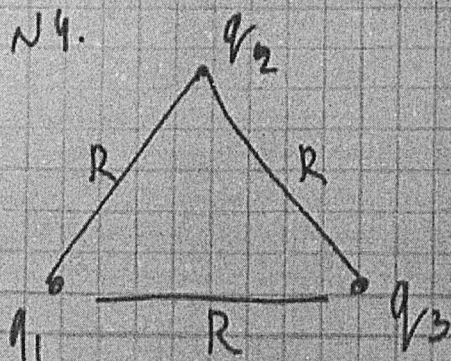
$$= s^2 \sin^2 \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\Phi^2(t_0) = s^2 \sin^2 \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right) \quad \sqrt{}$$

$$\Phi(t_0) = s \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

Ответ: $s \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$ 135

№4.



$$\varphi_1 = \frac{kq_1}{R}; \quad \varphi_2 = \frac{kq_2}{R}; \quad \varphi_3 = \frac{kq_3}{R}$$

Заряды будут одинаковыми, потому что все потенциалы равны

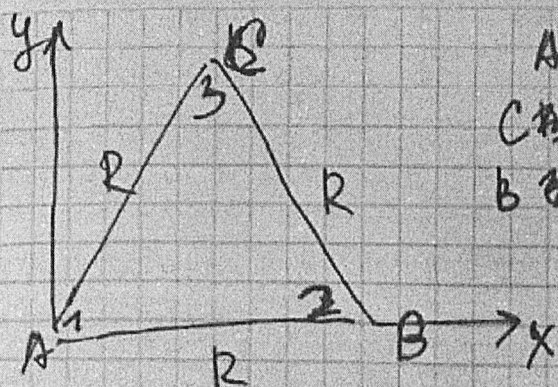
Выразим заряд через потенциал

$$\varphi = \frac{kq}{R} \Rightarrow q = \frac{\varphi R}{k} \Rightarrow q_1 = \frac{\varphi_1 R}{k}$$

$$\Rightarrow F_{ij} = \frac{k q_i q_j}{R^2}$$

$$\Rightarrow F_{12} = \frac{k}{R^2} \cdot \frac{\varphi_1 R}{k} \cdot \frac{\varphi_2 R}{k} = \frac{\varphi_1 \varphi_2}{k}$$

$$F_{13} = \frac{\varphi_1 \varphi_3}{k}$$



$$A(0;0)$$

$$C\left(\frac{R}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}R\right)$$

$$B(R;0)$$

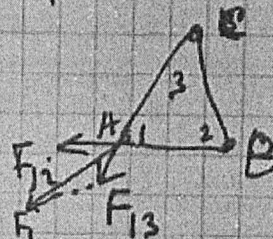
сила, действующая
на 1 шарик от 3,2
направлена вдоль
вектора $(x < 0)$

$$\vec{BA}$$

сила, действ. на 1 ш. от 3 направлена вдоль вектора
 $\vec{BA}$

$\Rightarrow$ единич. вектор $\vec{BA} = (-1; 0)$

$$\Rightarrow \vec{F}_{12} = -\frac{\varphi_1 \varphi_2}{k} \cdot \vec{e}_{12}$$



$$\vec{CA} = \left(0 - \frac{R}{2}; 0 - \frac{\sqrt{3}}{2}R\right) = \left(-\frac{R}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}R\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{e}_{13} = \left(-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\vec{F}_{13} = -\frac{\varphi_1 \varphi_3}{k} \left(\frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}\right) = -\frac{\varphi_1 \varphi_3}{2k} (\vec{i} + \sqrt{3}\vec{j})$$

результативная сила: $F_1 = F_{12} + F_{13} =$

$$= -\frac{\varphi_1 \varphi_2}{k} \cdot \vec{i} - \frac{\varphi_1 \varphi_3}{2k} (\vec{i} + \sqrt{3}\vec{j}) = -\frac{\varphi_1 \varphi_2}{k} \vec{i} - \frac{\varphi_1 \varphi_3}{2k} \vec{i} + \frac{\varphi_1 \varphi_3 \sqrt{3}}{2k} \vec{j} =$$

$$= -\frac{\varphi_1}{k} \left(\varphi_2 + \frac{\varphi_3}{2}\right) \vec{i} - \frac{\sqrt{3} \varphi_1 \varphi_3}{2k} \vec{j}$$

$$F = -\frac{\varphi_1}{k} \sqrt{\left(\varphi_2 + \frac{\varphi_3}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3} \varphi_3}{2}\right)^2}$$

$$\sqrt{F} = \varphi_1^2 + \varphi_2 \varphi_3 + \frac{3\varphi_3^2}{4} + \frac{\varphi_3^2}{4} = \varphi_2^2 + \varphi_2 \varphi_3 + \varphi_3^2$$

Ответ: $-\frac{\varphi_1}{k} \sqrt{\left(\varphi_2 + \frac{\varphi_3}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3} \varphi_3}{2}\right)^2} = -\frac{\varphi_1}{k} \sqrt{\varphi_2^2 + \varphi_2 \varphi_3 + \varphi_3^2}$

№5.

$$V = 5000 \text{ м}^3$$

$$p = 110 \text{ кПа} = 11 \cdot 10^4 \text{ Па}$$

$$t^\circ = 43^\circ \text{C} \rightarrow T = 273 + 43 = 316 \text{ K}$$

$$\varphi_1 = 10\% = 0,1$$

$$p_{\text{атм}} = 100 \text{ кПа} = 10^5 \text{ Па}$$

$$\varphi_2 = 90\% = 0,9$$

$$p(43^\circ \text{C}) = 9000 \text{ Па} = 9 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

$\Delta m = ?$

$$F_A = \rho_{\text{вн}} g V$$

смесь водяного и влажного
воздуха: плотность:

$$\rho = \frac{p_a \mu_a + p_{\text{в}} \mu_{\text{в}}}{RT}$$

p_a - парц. давл. сухог. в-ка

$p_{\text{в}}$ - парц. давл. вод. пара

$\mu_a, \mu_{\text{в}}$ - мольн. масса
сух. и вод.

Давл. при 43°C :
при φ_1 :

$$p_{\text{в}1} = \varphi_1 \cdot p_{\text{нас}} = 0,1 \cdot 9 \cdot 10^3 = 9 \cdot 10^2 \text{ Па}$$

$$p_{a1} = p - p_{\text{в}1} = 10^5 - 9 \cdot 10^2 = 100000 - 900 = 99100 \text{ Па} \approx 99,1 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

при φ_2 :

$$p_{\text{в}2} = \varphi_2 \cdot p_{\text{нас}} = 0,9 \cdot 9 \cdot 10^3 = 8100 \text{ Па}$$

$$p_{a2} = p - p_{\text{в}2} = 100000 - 8100 = 91900 \text{ Па}$$

$$\Rightarrow \rho_1 = \frac{p_{a1} \mu_a + p_{\text{в}1} \mu_{\text{в}}}{RT}; \quad \rho_2 = \frac{p_{a2} \mu_a + p_{\text{в}2} \mu_{\text{в}}}{RT}$$

Подставим числа:

$$\rho_1 \approx 1,1$$

$$\rho_2 \approx 1,07$$

$$\Delta \rho = \rho_1 - \rho_2 \approx 1,1 - 1,07 = 0,03 \text{ м/м}^3$$

$$\Rightarrow \Delta F = V g \cdot \Delta \rho = 5000 \cdot 9,8 \cdot 0,03 = 1470 \text{ Н} \quad (\text{удобно использовать систему})$$

$$\Rightarrow \Delta m = \frac{\Delta F}{g} \approx \frac{1470}{9,8} = 150 \text{ кг}$$

Ответ: 150 кг

№1.

$$S, |a|, v_0 = 0; v_{\text{конеч}} = 0$$

$$A: \begin{array}{c} S/3 \\ a = \text{const} \quad v = \text{const} \quad -a = \text{const} \\ 1 \quad 2 \quad 3 \end{array}$$

$$B: t_1 = \frac{1}{3} t_5 \rightarrow a = \text{const}$$

$$2\text{-я часть } t_2 = \frac{1}{3} t_5 \rightarrow v = \text{const} \quad (v_A = v_B)$$

$$3\text{-я часть } t_3 = \frac{1}{3} t_5 \rightarrow -a = \text{const}$$

1) A: первый отрезок $S/3$:

$$\boxed{S = \frac{at_1^2}{2}} \Rightarrow \frac{S}{3} = \frac{at_1^2}{2} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2S}{3a}}$$

$$v_1 = at_1 = a \sqrt{\frac{2S}{3a}} = \sqrt{\frac{2aS}{3}}$$

2) второй отрезок $S/3$:

$$S = vt; \quad \left| t = \frac{S}{v} \right| \Rightarrow t_2 = \frac{S}{3v_1} = \frac{S\sqrt{3}}{3\sqrt{2aS}} = \sqrt{\frac{S}{6a}}$$

3) третий отрезок $S/3$:

т.к. то же ускорение, только отриц., значит:

$$t_3 = t_1 = \sqrt{\frac{2S}{3a}}$$

$$4) \text{ общее время A: } T_A = t_1 + t_2 + t_3 = \sqrt{\frac{2S}{3a}} + \sqrt{\frac{S}{6a}} + \sqrt{\frac{2S}{3a}} = 2\sqrt{\frac{2S}{3a}} + \sqrt{\frac{S}{6a}}$$

Теперь время t_B :

$$1) v = at \Rightarrow v = a \frac{T_B}{3} \rightarrow \boxed{S_1 = \frac{at^2}{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a T_B^2}{9 \cdot 2} = \frac{a T_B^2}{18}$$

2) Вторая треть времени:

$$v = a \frac{T_B}{3} \Rightarrow S_2 = v \cdot \frac{T_B}{3} = a \frac{T_B}{3} \cdot \frac{T_B}{3} = \frac{a T_B^2}{9}$$

3) Третья треть времени:

$$\text{ср. скорость на пути торможения: } \frac{v}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_3 = \frac{v}{2} \cdot \frac{T_B}{3} = \frac{a T_B}{3 \cdot 2} \cdot \frac{T_B}{3} = \frac{a T_B^2}{18}$$

4) Общая дистанция:

$$S_{\text{об}} = S_1 + S_2 + S_3 = \frac{a T_B^2}{18} + \frac{a T_B^2}{9} + \frac{a T_B^2}{18} = \frac{2 a T_B^2}{9}$$

$$\Rightarrow S_{\text{об}} = \frac{2 a T_B^2}{9} \Rightarrow T_B = \frac{9 S_{\text{об}}}{2 a} \Rightarrow T_B = 3 \sqrt{\frac{S_{\text{об}}}{2 a}}$$

Теперь сравним:

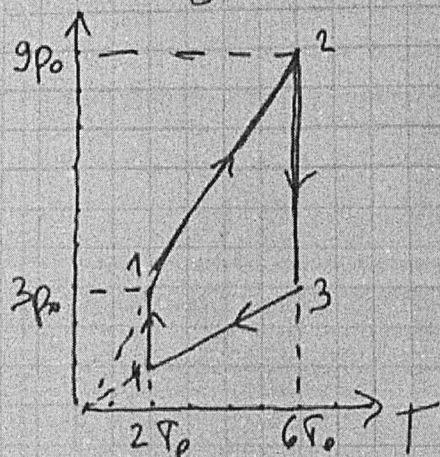
$$T_A = 2 \sqrt{\frac{2 S'}{3 a}} + \sqrt{\frac{S'}{6 a}} \quad \text{и} \quad T_B = 3 \sqrt{\frac{S'}{2 a}}$$

Видно, что $T_B > T_A$. Тогда: $\Delta t = T_B - T_A$

$$\begin{aligned} \Delta t &= 3 \sqrt{\frac{S'}{2 a}} - 2 \sqrt{\frac{2 S'}{3 a}} + \sqrt{\frac{S'}{6 a}} = \sqrt{\frac{S'}{a}} \left(\frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{2 \sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{6}} \right) = \\ &= \sqrt{\frac{S'}{a}} \cdot \frac{9 \sqrt{2} - 5 \sqrt{6}}{6} \end{aligned}$$

Ответ: $\frac{9 \sqrt{2} - 5 \sqrt{6}}{6} \cdot \sqrt{\frac{S'}{a}}$

№3,

По графику видно, что это цикл Карно $\rightarrow$ $\rightarrow$ 2 изотермы, 2 адиабаты (прикиньте),Тогда получается $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Подставляем:

$$\boxed{\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}} = \frac{6T_0 - 2T_0}{6T_0} =$$

$$= \frac{4T_0}{6T_0} = \frac{2}{3} \approx 0,667$$

$$\eta \text{ (в процентах)} = 66,7\%$$

Ответ: 66,7%

65 —