Место для скобы

Шифр

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
50			[подпись]

Задание №1

Лист 1

① Запишем 2 основные формулы

1) $\Gamma = \frac{d}{f}$

2) $\frac{1}{f} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F}$

1.a Пояснение: ~~[illegible]~~ везде в уравнении плоской линзы стоит + потому, что у нас увеличенное (по условию) изображение в собирающей (по чертежу из условия) линзе => изображение действительное. Все коэффициенты равны +1.

② => Домножим на d. Выразим f и d через F.

$$\frac{d}{f} + \frac{d}{d} = \frac{d}{F} => \Gamma = \frac{d}{F} - 1.$$

$F_1 = F_2 = F$ т.к одна и та же линза

$$\Gamma_1 = 1,2 = \frac{d_1}{F_1} - 1 => 2,2F = d_1$$

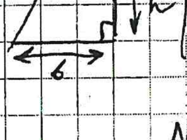
$$\Gamma_2 = 4 = \frac{d_2}{F_2} - 1 => 5F = d_2.$$

$$=> f = \frac{d}{\Gamma} => f_1 = \frac{2,2F}{\Gamma_1} = \frac{2,2F}{1,2} = \frac{2,2}{1,2} \cdot F$$

$$f_2 = \frac{5F}{\Gamma_2} = \frac{5F}{4} = 1,25 \cdot F$$

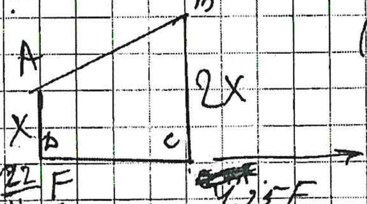
③ Посчитаем площади.

$S_{трап} = h \cdot \frac{(a+b)}{2}$



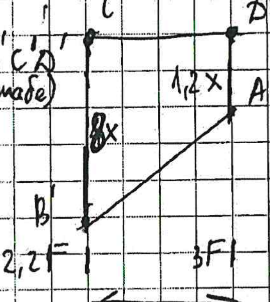
Пусть AD = x. точка!

ABCD:



$\Delta f = (\frac{22}{12} - 1,25)F$

A'B'C'D' (не в масштабе)



$\Delta d = 0,8 \cdot F$

~~$S_{A'B'C'D'} = \frac{3X}{2} \cdot (\ldots)$~~

Подставим значения в формулу площади.

(См Лист 2!)

Задание №1 (конец) Лист 2

④ ~~$\frac{8}{X}$~~

$$\frac{S'}{S} = \frac{\frac{8+1,2}{2} x \cdot 0,8F}{\frac{2+1}{2} x \cdot (\frac{22}{12} - 1,25)F} = \frac{9,2 \cdot 0,8}{3(\frac{22}{12} - 1,25)} = \frac{7,36}{1,75} \approx 4,2057$$

$$\frac{S'}{S} = 4,2057 \approx 4,21$$

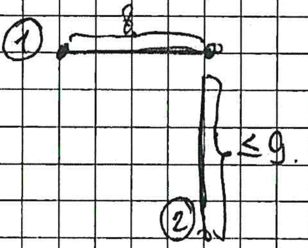
Ответ: 4,21

10б

Задание №2.

① Рассмотрим оба случая: когда 1 и когда 2 корабли оказываются первыми.

а) 1 корабль первый



$$\boxed{\begin{matrix} a_1 = a_2 = a & \frac{at^2}{2} + Vt = S \\ t_1 = t_2 = t. & \\ \text{для обоих случаев!} & \end{matrix}}$$

$V_1 = 8$ миль/ч (условие)
$V_2 = 10$ миль/ч (условие)

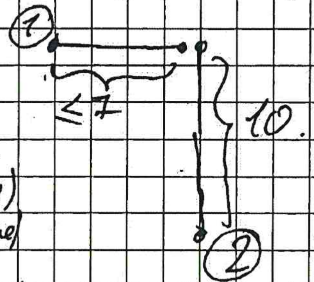
$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{at^2}{2} + V_1 t = 8. \\ \frac{at^2}{2} + V_2 t \le 9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \{ 8 - V_1 t + V_2 t \le 9.$$
$$\Rightarrow \{ (V_2 - V_1) t \le 1$$

$\Delta V = 2$ миль/ч для обоих случаев.

$$\Rightarrow 2t \le 1$$
$$t \le 0,5 \text{ ч}$$

б) 2 корабль первый.



$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{at^2}{2} + V_2 t = 10. \\ \frac{at^2}{2} + V_1 t \le 7. \end{cases}$$

$$\{ \Rightarrow 10 - V_2 t + V_1 t \le 7.$$
$$\{ 3 \le (V_2 - V_1) t.$$

$$\Rightarrow \cancel{2t \le 3} \quad 2t \ge 3$$
$$\cancel{t \le 1,5}. \quad t \ge 1,5 \text{ ч}.$$

② Итак, в обоих случаях мы получили t. Это t такое, что если пересечение произойдет именно тогда, то интервал в моменты пересечения линии пути одно другим будет составлять ровно 1 минуту.

см лист №3.

Место для скобы

Шифр

Задание № 2 (конец) Лист 3

③ Очевидно, что наименьшего ускорения можно добиться при $t = 0{,}5$ ч или $t = 1{,}5$ ч, т.к. если брать $t < 0{,}5$ ч придется ~~торможение~~ ~~бо~~ ускоряться быстрее, чем при $t = 0{,}5$ ч (т.е. a – не минимальное) и аналогично при торможении $t > 1{,}5$ ч.

Пояснение: суда сойдутся точно через 1 час, если ничего не делать, поэтому при $t < 1$ ч $a > 0$, при $t > 1$ ч $a < 0$ абсолютно точно.

④ Посчитаем требуемое ускорение для $t = 0{,}5$ ч и $t = 1{,}5$ ч.

~~а) $\frac{a \cdot 0{,}5^2}{2} + 8 \cdot 0{,}5 = 8$~~ ~~$a = 8$~~ ~~б) $\frac{a \cdot 1{,}5^2}{2} + 10 \cdot 1{,}5 = 10$~~

$$\frac{at^2}{2} + Vt = S$$

$$\Rightarrow a = \frac{2(S - Vt)}{t^2}$$

а) $a = \frac{2 \cdot (8 - 8 \cdot 0{,}5)}{0{,}5^2} = 32$ миль/ч^2 б) $a = \frac{2(10 - 10 \cdot 1{,}5)}{1{,}5^2} = -4{,}44(4)$ миль/ч^2

⑤ Сравним по модулю и получим, что с ускорение $-4,(4)$ миль/ч^2 мы получаем минимальное (по модулю) ускорение, удовлетворяющее условию задачи.

~~10~~ 10,5

Ответ: $-4{,}44$ миль/ч^2

Задача № 4

① По условию:

$\rho_{эл} = const$ (один. материал)

$S = const$ (поперечное сечение одинаково) $\Rightarrow$ Из условия кольца абсолютно одинаковы

$l = const$ ($l = 2\pi r$; $r = const$) $\Rightarrow$ Их равные по длине участки имеют равное сопротивление

$\frac{R_{части}}{R_{кольцо}}$?

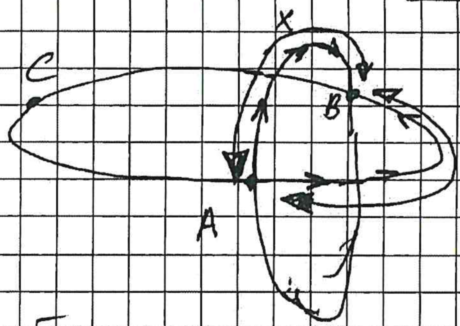
См лист № 4

Место для скобы

Шифр

Задание №4 (конец).   Лист №4

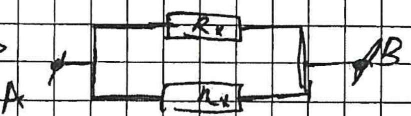
② Рассмотрим чертеж.



=> Схема слева

$x = \frac{1}{3}L$.

из чертежа =>



где R – сопротивление кольца на участке длиной $x = \frac{L}{3}$.

Пояснение к схеме:

* Заметим, что по дуге ACB (длинная) не пойдет ток, т.к. она имеет бо́льшую длину => бо́льшее сопротивление. Поэтому мы не рассматриваем ход тока по этому участку (опять же, потому что $Y_{ACB} = 0$).

* Заметим, что ток пойдет по обеим дугам длины x (т.е. по вертикальному и горизонтальному кольцу). Поэтому эти участки можно представить, как резисторы равного сопротивления R.

③ Отсюда следует:

$R_{AB} = \frac{R_x}{2}$ $(R_{x1} = R_{x2} = R_x)$.

$R_x = \frac{R_{кольцо}}{3}$ *

* пояснение: $R = \frac{\rho_{эл} \cdot L}{S}$ => $R \sim L$ => $\frac{R_x}{R_{кольцо}} = \frac{L}{\frac{L}{3}} = \frac{3}{1}$.

=> $R_{AB} = \frac{R_{кольцо}}{6}$

Ответ: в 6 раз

10

Задание №5.

Для начала просто заметим, что по закону сохранения тепловой энергии

$\Delta t_{вода} \cdot C_{вода} = \Delta t_{Al} \cdot C_{Al}$

см лист №5

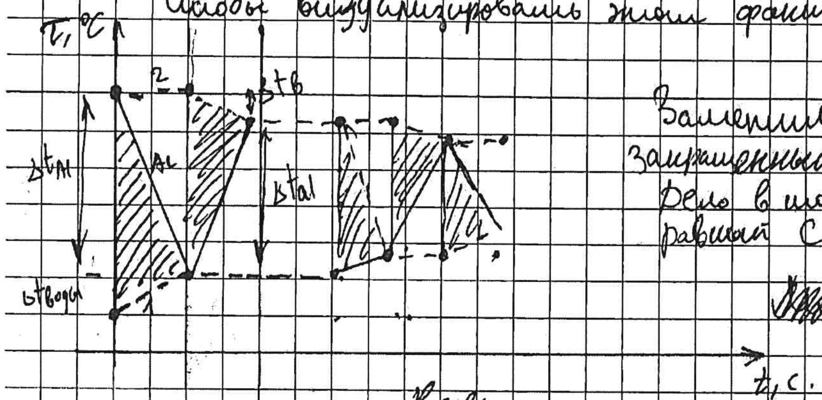
Место для скобы

Шифр

Задание №3 (продолжение) Лист №5

при этом: $\frac{c_{вода}}{c_{Al}} = const = \frac{\Delta t_{Al}}{\Delta t_{воды}}$.

Чтобы визуализировать этот факт, начертим график:

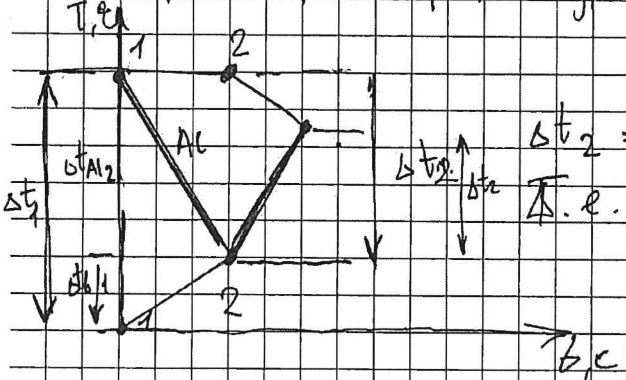


Заметим по графику, что каждый заштрихованный треугольник подобен. Дело в том, что угловой коэффициент ($tg\alpha$) равный C = const не меняется.

~~[illegible]~~

- - - вода
—— алюминий

Рассмотрим график подробнее:



$\Delta t_2 = \Delta t_{Al1} \Rightarrow \Delta t_n = \Delta t_{Al\, n-1}$
Т.е. новая разница температур воды равна разнице температуры Al, причём эта величина равна $\Delta t_{Al} + \Delta t_{в_2} \cdot \frac{c_{воды}}{c_{Al}}$.

Иначе говоря $\Delta t_{вод} = k^n \Delta t_0$, где n – кол-во перемещений алюминиевого бруска, k – постоянный коэффициент, t_0 – начальная разница температур.

$k = 1 - \frac{\Delta t_{Al\,i}}{\Delta t_{Al\,i} + \Delta t_{вода\,i}}$ ($\Delta t_{Al\,i}$; $\Delta t_{вода\,i}$ – разница между t воды и Al в итерации i, в течении которой получают тепловое равновесие)

$\Rightarrow k = 1 - \frac{\Delta t_{Al}}{\Delta t_{Al} + \Delta t_{воды}}$ и $\Delta t \sim C = const$ $k = 1 - \frac{C_{Al}}{C_{Al} + C_{воды}}$.

⇒ Важно отметить, что $C_{кал\,1} \neq C_{кал\,2}$, т.к. в разных калориметрах разная масса воды.

см. лист №6

Место для скобы

Шифр

Задание №3 (конец) Лист № 6

$C_1 = c_{вод} m_1 = 3 \cdot 4200 = \cancel{168}\,126 \cdot 10^2$ Дж/(кг·°С)

$C_2 = c_{вод} m_2 = 4 \cdot 4200 \quad 168 \cdot 10^2$ Дж/(кг·°С)

$C_{Al} = c_{al} \cdot m_{al} = 9 \cdot 10^2$ Дж/(кг·°С)

$\Rightarrow$ ~~$k_1 =$~~

~~$\Rightarrow k_1 = \frac{C_{Al}}{C_{Al}+C_1} = \frac{9 \cdot 10^2}{(168+9) \cdot 10^2} = \frac{9}{51} = \frac{3}{17}$~~

~~$k_2 = \frac{C_{Al}}{C_{Al}+C_2} =$~~

$k_1 = 1 - \frac{C_{Al}}{C_{Al}+C_1} = 1 - \frac{9 \cdot 10^2}{(126+9) \cdot 10^2} = 1 - \frac{9}{135} = \frac{1}{15} = \frac{14}{15}$

$k_2 = 1 - \frac{C_{Al}}{C_{Al}+C_2} = 1 - \frac{9 \cdot 10^2}{(168+9) \cdot 10^2} = 1 - \frac{9}{177} = 1 - \frac{3}{59} = \frac{56}{55}$.

Получается, что после двадцати полных циклов получили $\Delta t = 5°C$.

$$\Delta t_0 \cdot \left(\frac{14}{15} \cdot \frac{56}{59}\right)^{20} = 5.$$

$$\Rightarrow \Delta t_0 = 5 \cdot \left(\frac{15 \cdot 59}{14 \cdot 56}\right)^{20}$$

$\Delta t_0 = 56,43$ °C.

~~Ответ: 56,43 °С.~~

$\Rightarrow t_2 = \Delta t_0 + t_1 = 56,43 + 10 = 66,43$

Ответ: 66,43 °С.

Задание № 5

Заметим, что пластины 2 и 3 вместе с диэлектриком образуют конденсатор.

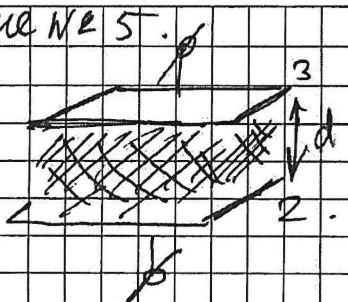
См лист № 7

Место для скобы

Шифр

Задание № 5.

Лист № 7



$\cancel{C = \frac{q}{U} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}}$

~~При этом на обкладках формируется одинаковый заряд, а напряженность поля внутри диэлектрика постоян.~~

$\cancel{U = \Delta\varphi = \frac{W}{q} = \frac{qEd}{q} = Ed}$

$\cancel{U = Ed \Rightarrow d = \frac{U}{E}}$

$\cancel{d = 20 \text{ мм} = 2 \text{ см}}$