

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
14		Коржикова	И
Шифр			042018

u1

$$(10+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (3+c-a)^2$$

$$F(a, b, c) = (10+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (3+c-a)^2$$

$$1) \frac{\partial F}{\partial a} = 2(10+a-b)(1) + 2(3+c-a)(-1) =$$

$$= 2(10+a-b-3-c+a) = 2(2a-b-c+7)$$

$$2a-b-c+7=0 \Rightarrow 2a-b-c=-7$$

$$2) \frac{\partial F}{\partial b} = 2(10+a-b)(-1) + 2(2+b-c)(1) =$$

$$= 2(-10-a+b+2+b-c) = 2(-a+2b-c-8)$$

$$-a+2b-c-8=0 \Rightarrow -a+2b-c=8$$

$$3) \frac{\partial F}{\partial c} = 2(2+b-c)(-1) + 2(3+c-a)(1) =$$

$$= 2(-2-b+c+3+c-a) = 2(-a-b+2c+1)$$

$$-a-b+2c+1=0 \Rightarrow -a-b+2c=-1$$

$$\begin{cases} 2a-b-c=-7 \\ -a+2b-c=8 \\ -a-b+2c=-1 \end{cases}$$

$$c=2a-b+7$$

$$-a+2b-(2a-b+7)=8$$

$$-a+2b-2a+b-7=8 \Rightarrow -3a+3b=15 \Rightarrow b=a+5$$

$$c=2a-(a+5)+7=a+2$$

$$b=a+5, c=a+2$$

$$-a-(a+5)+2(a+2)=-1$$

$$-a-a-5+2a+4=-1$$

$$0a-1=-1$$

$$a=0, \text{ тогда } b=0+5=5, c=0+2=2$$

$$F(0, 5, 2) = (10+0-5)^2 + (2+5-2)^2 + (3+2-0)^2 = 5^2 + 5^2 + 5^2 = 25 + 25 + 25 = 75 \text{ Ответ: } 75$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \Sigma \\ \hline 5 & 2 & 2 & 0 & 5 & 14 \end{array}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

№2

$$f(x) = x^2 + ax + b$$

$$f(x) \geq -\frac{8}{10}$$

$$x = -\frac{a}{2}$$

коэффициент, отсюда?

$$f\left(-\frac{a}{2}\right) = \left(-\frac{a}{2}\right)^2 + a\left(-\frac{a}{2}\right) + b = \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{2} + b = -\frac{a^2}{4} + b$$

$$-\frac{a^2}{4} + b \geq -\frac{8}{10}$$

$$b \geq -\frac{8}{10} + \frac{a^2}{4}$$

$$x^2 + ax + b \geq -\frac{1}{4}$$

$$x^2 + ax + \left(b + \frac{1}{4}\right) \geq 0$$

$$D = a^2 - 4\left(b + \frac{1}{4}\right) \leq 0$$

$$D = a^2 - 4\left(-\frac{8}{10} + \frac{a^2}{4} + \frac{1}{4}\right)$$

$$b + \frac{1}{4} = -\frac{8}{10} + \frac{a^2}{4} + \frac{1}{4} = -\frac{8}{10} + \frac{a^2}{4} + 1,5 = -\frac{6,5}{10} + \frac{a^2}{4}$$

$$D = a^2 - 4\left(-\frac{6,5}{10} + \frac{a^2}{4}\right)$$

$$D = a^2 + \frac{26}{10} - a^2 = \frac{26}{10} = 2,6 > 0 - \text{противоречит } D \leq 0,$$

но если $f(x) \geq -\frac{8}{10}$ выполняется, то минимальное

значение функции $f(x)$ находится выше $-\frac{1}{4} \Rightarrow$

$\Rightarrow f(x) \geq -\frac{1}{4}$ выполняется. итд.

всегда отсюда?

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

У3

$$a_1 = 25, a_2, a_3, \dots, a_{2025} = 625$$

$$\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{2024}} + \sqrt{a_{2025}}}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_{2025} = a_1 + (2025-1)d = 25 + 2024d = 625$$

$$2024d = 625 - 25$$

$$2024d = 600$$

$$d = \frac{600}{2024} = \frac{150}{506} = \frac{75}{253}$$

$$a_n = 25 + (n-1) \cdot \frac{75}{253}$$

$$S = \sum_{n=1}^{2024} \frac{1}{\sqrt{a_n} + \sqrt{a_{n+1}}} \quad ??$$

$$\frac{1}{\sqrt{a_n} + \sqrt{a_{n+1}}} = \frac{\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n}}{a_{n+1} - a_n} = \frac{\sqrt{a_{n+1}}}{d} - \frac{\sqrt{a_n}}{d} \quad ??$$

$$S = \frac{1}{d} (\sqrt{a_{2025}} - \sqrt{a_1})$$

$$S = \frac{1}{\frac{75}{253}} (\sqrt{625} - \sqrt{25}) = \frac{253}{75} (25 - 5) = \frac{253}{75} \cdot 20 = \frac{5060}{75} = \frac{1012}{15}$$

Ответ: $\frac{1012}{15}$

~~1~~

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

W4

$$P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 50$$

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$$

$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4)$, где x_1, x_2, x_3, x_4 — корни $Q(x)$

$$R(x) = P(x) \cdot Q(x)$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = S \frac{R(1)}{Q(1)}$$

$$Q(1) = 1^4 + 1^3 - 4 \cdot 1^2 + 1 = 1 + 1 - 4 + 1 = -1$$

$$R(1) = P(1) \cdot Q(1)$$

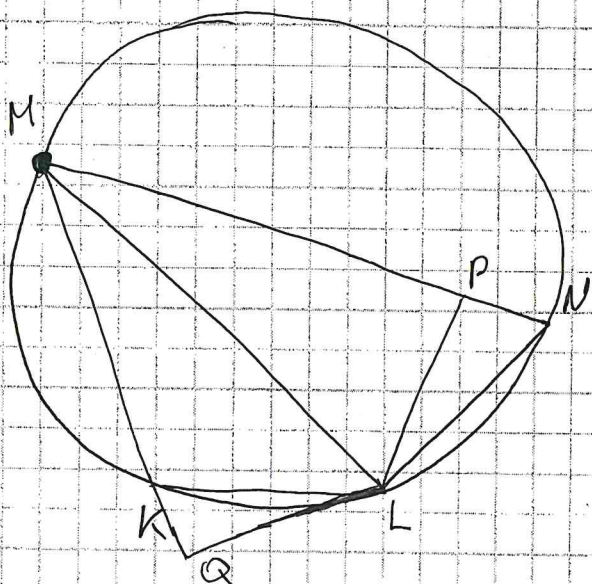
$$P(1) = 1^6 + 1^5 - 4 \cdot 1^4 + 1^2 - 1 + 50 = 1 + 1 - 4 + 1 - 1 + 50 = 48$$

$$R(1) = P(1) = 48$$

$$S = \frac{R(1)}{Q(1)} = \frac{48}{-1} = -48$$

Ответ: -48

W5



Дано:

$$S_{MNLK} = 81$$

$$\angle LMN = 30^\circ$$

Найти:

$$MK + MN = ?$$

Решение:

- 1) Проведем перпендикуляры LP к MN
и LQ к ~~MN~~ MK
- 2) L - биссектриса $\Rightarrow \angle P = \angle Q$ *окажем*
- 3) прямоугольные $\triangle NPL = \triangle LQK$ (по катету и гипотенузе)

аналогично прямоугольные $\triangle MPL = \triangle MLQ$

$$4) MN + MK = MP + PN + MK = MP + KQ + MK = \\ = MP + MQ = 2MP$$

$$5) 81 = S_{MNK} = S_{MPL} + S_{MLQ} = 2S_{MPL} = MP \cdot PL = \\ = MP^2 \cdot \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{MP^2}{\sqrt{3}} \Rightarrow MP = 9\sqrt{3}$$

$$6) MN + MK = 2MP = 18\sqrt{3}$$

Ответ: $18\sqrt{3}$