

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
125	23.03.24	Гендрин	

①

$$3^{62} - 3^{31} \cdot 2^{18} + 2^{36} = (3^{31})^2 - 3^{31} \cdot 2^{18} + (2^{18})^2 = (3^{31} - 2^{18})^2$$

$$+ 3^{31} \cdot 2^{18} = (3^{31} - 2^{18})^2 + 3^{31} \cdot 2^{18}$$

$3^{31} - 2^{18} : 3^{31} - \text{число нечетное}$   
 $2^{18} - \text{четное}$   
 $\Rightarrow 3^{31} - 2^{18} + \text{нечетное}$

$(3^{31} - 2^{18})^2 - \text{нечетное}$  умноженное на  $(3^{31} - 2^{18}) - \text{нечетное} \Rightarrow (3^{31} - 2^{18})^2 - \text{нечетное}$

$$3^{62} - 3^{31} \cdot 2^{18} + 2^{36} = (3^{31})^2 - 3^{31} \cdot 2^{18} + 2^{36} = 3^{31} (3^{31} - 2^{18}) + 2^{36}$$

1	2	3	4	5
0	4	7	1	0

②

$$x^2 + kx + k = 0$$

по Т Виета

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = k \\ x_1 + x_2 = -k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 \cdot x_2 = k \\ (x_1 + x_2) = -k \end{cases} \Rightarrow x_1, x_2 = (-k, -k)$$

пусть  $x_1 = -k$   
 от замены  $x_1$  на  $x_2$

что и получается)

$$x_1 \cdot x_2 + x_1 = -x_2$$

$$x_1 (x_2 + 1) = -x_2$$

$$x_1 = -\frac{x_2}{x_2 + 1}$$

$x_2$  и  $x_2 + 1$  - взаимно простые числа т.к. идут подряд  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{x_2}{x_2 + 1} - \text{целое только в том случае когда}$$

одно из чисел равно 0, но  $x_2 + 1$  не может быть равно нулю т.к. оно в знаменателе

$\Rightarrow x_1 = 0 \quad x_1 + 1 = 1 \quad x_1 = -\frac{0}{1} = 0$  - условие похожее  $\Rightarrow x_2 \cdot x_1 = k \Rightarrow k = 0$   
 и все жирные буквы 09219

ответ:  $k=0$

3) составим таблицу где в 1 столбце будет масса бруска, во 2 доля золота, в 3 масса золота исходя из доли и массы бруска

	м	часть золота в долях	мз
сплав 1	a	x	x <sub>1</sub>
сплав 2	b	y	b <sub>1</sub>
бруска серебра	c	0	0
1+2	a+b	0,3	x <sub>1</sub> +b <sub>1</sub>
2+3	b+c	0,2	b <sub>1</sub>
1+3	a+c	0,2	x <sub>1</sub>

исходя из таблицы составляем систему уравнений

$$\begin{cases} (a+b) \cdot 0,3 = x_1 + b_1 \cdot 1,0 \\ (b+c) \cdot 0,2 = b_1 \cdot 1,5 \\ (a+c) \cdot 0,2 = x_1 \cdot 1,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3(a+b) = 10(x_1 + b_1) & (1) \\ b+c = 5b_1 & (2) \\ a+c = 5x_1 & (3) \end{cases}$$

ложим (2) и (3)

$$(a+b+c) = 5(b_1 + x_1) \cdot 1,2$$

$$2(a+b+c) = 10(b_1 + x_1)$$

подставим (1)

$$2a+2b+2c = 3a+3b$$

$$c = a+b \quad (4)$$

масса сплава всех 3 брусков будет равна

$$a+b+c \quad \text{и} \quad \text{масса золота равна} \quad x_1 + b_1 = 0$$

$\Rightarrow$  доля золота будет  $\frac{x_1 + b_1}{a+b+c}$  подставим изначальные

(1) и (4)

~~0,3(a+b)~~  
4c+c

поуставим (4) =>

0,5(4c) Шифр  
5c =

=  $\frac{0,3 \cdot 4}{5} = \frac{12}{50} = 0,24$

70

=> процент золота в итоговом сплаве будет 0,24\*100

= 24%

Ответ: 24%

(7) скажем что  $a \geq b \geq c$  потому что если мы изменим порядок  $a, b, c$  в неравенстве то исходное

неравенство не изменит виду сравним  $\frac{a}{b}$  и  $\frac{a+1}{b+1}$

$\frac{a}{b} \geq \frac{a+1}{b+1}$  ( $\cdot b(b+1)$ ) ( $b, b+1 > 0$  по условию)

$ab + a \geq ab + b$

$a \geq b$

аналогично

$\frac{b+1}{c+1} \leq \frac{b}{c}$

$\frac{c+1}{a+1} \leq \frac{c}{a}$

10

сложим три неравенства

$\frac{a+1}{b+1} + \frac{b+1}{c+1} + \frac{c+1}{a+1} \leq \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}$  ЧТД