Место для скобы

Шифр 09306

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
60			[подпись]

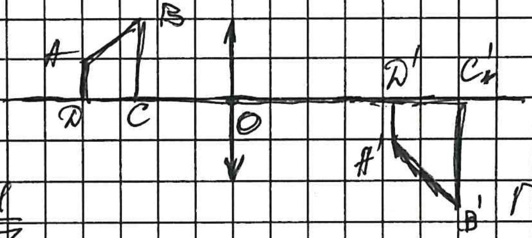
№1.

$BC = 2AD$

$AD \to A'D'$: $\Gamma_1 = \frac{6}{5}$

$BC \to B'C'$: $\Gamma_2 = 4$

$\frac{S'}{S} - ?$



$\Gamma = \frac{f}{d}$

$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$

f – от изоб. до линзы.

d – от объекта до линзы

$S = DC \cdot \frac{AD + BC}{2}$

$S' = D'C' \cdot \frac{A'D' + B'C'}{2}$

$DC = DO - CO =$

$= d_1 - d_2$

$D'C' = (D'O'' - C'O'') =$

$= -(f_1 - f_2) = O''C' - O''D'$

$A'D' = \frac{6}{5}AD$; $B'C' = 4BC$.

$\Gamma_1 = \frac{DO}{D'O''} \Rightarrow D'O'' = \Gamma_1 \cdot DO$;

$C'O'' = \Gamma_2 \cdot CO$

$\Rightarrow C'O'' - D'O'' = \Gamma_2 CO - \Gamma_1 \cdot DO$

$$\begin{cases} S' = \frac{AD \cdot \frac{6}{5} + BC \cdot 4}{2}(\Gamma_2 \cdot CO - \Gamma_1 \cdot DO) \\ S = \frac{AD + BC}{2} \cdot (DO - CO) \end{cases}$$

По формуле тонкой линзы: $\frac{1}{CO} + \frac{1}{C'O} = \frac{1}{F} = \frac{1}{DO} + \frac{1}{D'O} \Rightarrow$

$\cancel{\frac{C'O \cdot CO}{C'O + CO}}$ $\frac{C'O + CO}{C'O \cdot CO} = \frac{D'O + DO}{D'O \cdot DO}$

$C'O = \Gamma_2 \cdot CO$; $D'O = \Gamma_1 DO \Rightarrow$

$\frac{CO(\Gamma_2 + 1)}{\Gamma_2 \cdot CO^2} = \frac{DO(1 + \Gamma_1)}{DO^2 \cdot \Gamma_1} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{DO}{CO} = \frac{\Gamma_2(1 + \Gamma_1)}{\Gamma_1(1 + \Gamma_2)}}$$

Место для скобы

Шифр 09306

$$\begin{cases} S' = \dfrac{AD\cdot\frac{6}{5} + BC\cdot 4}{2}\left(\Gamma_2\cdot CO - \Gamma_1\cdot DO\right) \\ \Delta S = \dfrac{AD + BC}{2}\left(DO - CO\right) \\ BC = 2AD \\ DO = CO\cdot\dfrac{\Gamma_2}{\Gamma_1}\cdot\dfrac{1+\Gamma_1}{1+\Gamma_2} \end{cases}$$

$$\frac{S'}{S} = \frac{\cancel{AD}\left(\frac{6}{5} + 2\cdot 4\right)\cdot\cancel{CO}\left(\Gamma_2 - \Gamma_2\cdot\frac{1+\Gamma_1}{1+\Gamma_2}\right)}{2}\cdot\frac{2}{\cancel{AD}(1+2)\cdot\cancel{CO}\left(\frac{\Gamma_2(1+\Gamma_1)}{\Gamma_1(1+\Gamma_2)} - 1\right)}$$

$$\frac{S'}{S} = \frac{46}{5}\cdot\Gamma_2\left(1 - \frac{1+\Gamma_1}{1+\Gamma_2}\right)\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{\Gamma_1(1+\Gamma_2)}{\Gamma_2(1+\Gamma_1) + \Gamma_1(1+\Gamma_2)}$$

$$\frac{S'}{S} = \frac{46}{15}\cdot\Gamma_2\cdot\frac{\Gamma_2 - \Gamma_1}{\cancel{1+\Gamma_2}}\cdot\frac{\Gamma_1\cancel{(1+\Gamma_2)}}{\Gamma_1 + 2\Gamma_1\Gamma_2 + \Gamma_2}$$

$$\frac{S'}{S} = \frac{46}{15}\cdot\frac{\Gamma_2\cdot\Gamma_1(\Gamma_2 - \Gamma_1)}{\Gamma_1 + 2\Gamma_1\Gamma_2 + \Gamma_2} = \frac{46}{15}\cdot 4\cdot\frac{6}{5}\cdot\left(4 - \frac{6}{5}\right)\cdot\frac{1}{4 + \frac{6}{5} + \frac{12\cdot 4}{5}} =$$

$$= \frac{46\cdot 4\cdot 6\cdot 2{,}8}{15\cdot 5\cdot 5\cdot 14{,}8} = \frac{30912}{11100} \approx 2{,}78$$

Ответ: $\frac{S'}{S} = 2{,}78$.

−10

№2

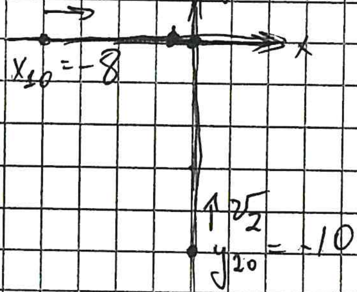
$v_1 = 8$ миль/час

$v_2 = 10$ миль/час

$x_1 = -8$ миль

$y_2 = -10$ миль

$\min(a)$ − ?



$t = \tau$: $g(\tau 1, \tau 2) = 1$

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ y_2 = 0 \end{cases}$$

Всякое отрицательное ускорение меньше положительного.

Рассмотрим случай: $a<0$, $v_1(\tau)=0$.

Минимальное ускорение — один из кораблей остановится.

$|v_2| > |v_1|$ => единств-ый случай, при к.т.

~~Один из кораблей~~ $g(\tau)\geq 1$ — $v_1(\tau)=0$,

$\cancel{v_2(\tau)=2}$

$(a_1=a_2)$

$\cancel{v_1(\tau)=0}$

$v_{1(2)}=0$ в $(0;0)$

за $\cancel{\Delta t=t_{1(2)}}$

$$\cancel{\left[\begin{array}{l} a_1=-\frac{\Delta v_1}{\tau_1}=-\frac{v_1}{\tau_1} \\ a_2=-\frac{v_2}{\tau_2} \end{array}\right.}$$

— остановка 1-го корабля $\left(-\frac{8}{\tau_1}\right)$

— 2-го корабля $\left(-\frac{10}{\tau_2}\right)$

$\cancel{-\frac{8}{\tau_1} \vee -\frac{10}{\tau_2}}$

$\cancel{\tau_1: |y(\tau_1)| \geq \ldots}$

$\cancel{x(\tau_1)=0}$

См. продолжение решения на листе 7. 10б стр 7.

Место для скобы

Шифр 09306

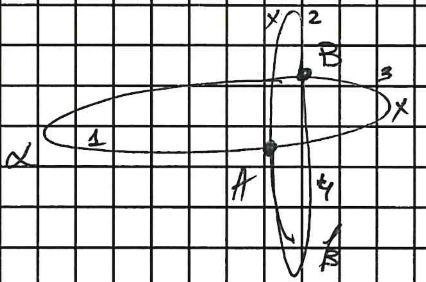
№4

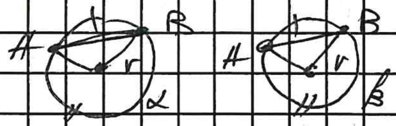
$r_1 = r_2$

$\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{R}{l}$

$x = \frac{1}{3} l$

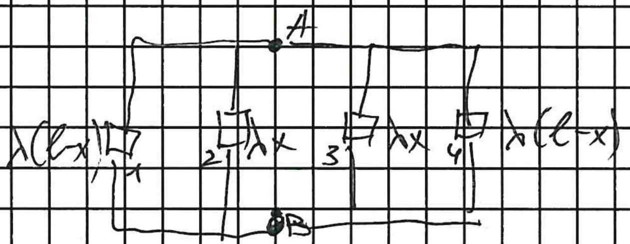
$\frac{R_{AB}}{R_0} - ?$





радиусы равны, AB - единая „хорда" => дуги колец попарно равны.

Данная схема эквивалентна:



$l - x = \frac{2}{3} l$

Пусть $R_0 = \lambda l$ => λ - линейное уд сопротивление

$R_1 = R_4 = \frac{2}{3} R_0 = \frac{2}{3} l \lambda$

$R_2 = R_3 = \frac{1}{3} R_0 = \frac{1}{3} l \lambda$

$R_{эф} = \frac{1}{\frac{3}{2R} + \frac{3}{2R} + \frac{3}{R} + \frac{3}{R}} =$

$= \frac{2R}{3+3+6+6} = \frac{2}{18} R = \frac{1}{9} R$ => $\boxed{\frac{R_{AB}}{R} = \frac{1}{9}}$

Ответ: В 9 раз.

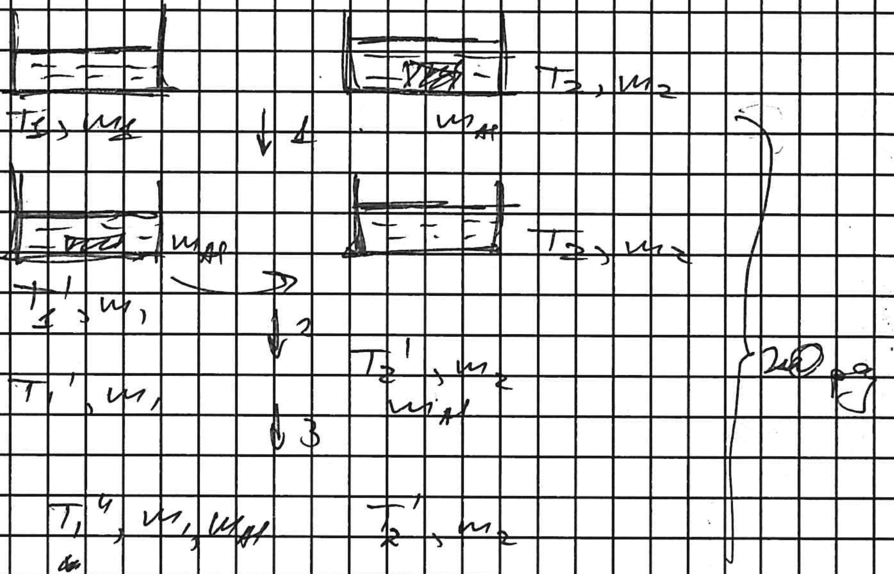
Место для скобы

Шифр

№3

$m_1 = 3$ кг
$T_1 < T_2$
$m_2 = 4$ кг
$m_{Al} = 1$ кг
20 циклов
спустя:
$|\Delta T| = 5°C$;
$T_{20} = 10°C$
$c_в$, c_{Al}

$T_{20} - ?$



~~Идея~~ Введём теплоёмкости тел:

$$c_в \cdot m_1 = C_1 \; ; \; c_в \cdot m_2 = C_2 \; ; \; c_{Al} \cdot m_{Al} = C_{Al}.$$

$$\cancel{1: \; C_1(T_1' - T_1) = C_A(T_2 - T_1')}$$

$$\cancel{T_1' = \frac{C_A T_2 + C_1 T_1}{C_1 + C_A} = \frac{C_A T_2}{C_1 + C_A} + \frac{C_1}{C_1 + C_A} \cdot T_1}$$

$$\cancel{2: \; C_2(T_2' - T_2) = C_A(T_1' - T_2')}$$

$$\cancel{T_2' = \frac{C_2 T_2}{C_2 + C_A} + \frac{C_A}{C_2 + C_A} \cdot T_1' = \frac{C_2 T_2}{C_2 + C_A} + \frac{C_A^2}{(C_1 + C_A)(C_2 + C_A)} + \frac{C_1 C_A \cdot T_1}{(C_1 + C_A)(C_2 + C_A)}}$$

$$\cancel{3: \; C_1(T_1'' - T_1') = C_A(T_2' - T_1'')}$$

$$1: \; C_1(T_1' - T_1) = C_A(T_2 - T_1')$$

$$T_1' = \frac{C_A T_2 + C_1 T_1}{C_1 + C_A} = T_1 \cdot \frac{C_A \frac{T_2}{T_1} + C_1}{C_1 + C_A} = T_1 \left(1 + \frac{C_A}{C_1 + C_A}\left(\frac{T_2 - T_1}{T_2}\right)\right)$$

$$2: \; C_2(T_2' - T_2) = C_A(T_1' - T_2')$$

Место для скобы

Шифр

2: $T_2' = \frac{C_A T_1' + C_2 T_2}{C_2 + C_A} = T_2 \cdot \frac{C_2 + C_A \frac{T_1'}{T_2}}{C_2 + C_A} =$

$= T_2 \left(1 + \frac{C_A}{C_2 + C_A}\left(\frac{T_1' - T_2}{T_2}\right)\right)$

$T_1' - T_1 = \frac{C_A}{C_1 + C_A}\left(\frac{T_2 - T_1}{T_2}\right)$

Пусть $\frac{C_A}{C_1 + C_A} = \alpha$; $\frac{C_A}{C_2 + C_A} = \beta$;

2: $T_1' = T_1 + T_1 \cdot \alpha\left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right)$

$T_2' = T_2\left(1 + \beta\left(\frac{T_1}{T_2} + \frac{T_1}{T_2}\alpha\left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) - 1\right)\right)$

3: $C_1(T_1'' - T_1') = C_A(T_2' - T_1'')$

$T_1'' = \frac{C_A T_2' + C_1 T_1'}{C_1 + C_A} = \cancel{T_1' \frac{C_1}{C_1 + C_A}}\; T_1'\left(1 + \alpha\left(\frac{T_2' - T_1'}{T_2'}\right)\right) =$

$= T_1'\left(1 + \alpha\left(1 - \frac{T_1'}{T_2'}\right)\right)$

Последующие температуры зависят от предыдущих с некоторым коэф-том.
Зависимость $T_{1,2}(n)$ экспоненциальная, где n – кол-во ~~тел~~ перемещений груза.

№2:

1-й случай:

$$\begin{cases} v_1(\tau_1)=0 \\ x(\tau)=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} v_1 + a\cancel{t}=0 \\ -8+v_1 t+\frac{a}{2}\cdot t^2=0. \end{cases}$$

$$\tau = \frac{-v_1+\sqrt{v_1^2+16a}}{a} \Rightarrow$$

(в квадратном ур-ие рассматриваем только положительный корень, $\tau>0$).

$$v_1 \cancel{\tau} - v_1 + \sqrt{v_1^2+16a} = 0. \Rightarrow$$

$$\sqrt{v_1^2+16a}=0, \qquad a=-\frac{v_1^2}{16}=-\left(\frac{v_1}{4}\right)^2=\cancel{-4}$$

$$\boxed{=-4\ \text{миль}/\text{час}^2}$$

~~проверка:~~

$$\tau=-\frac{v_1}{a}=\frac{v_1\cdot 16}{v_1^2}=\frac{16}{v_1}=2c$$

$$y(\tau)=-10+10\cdot 2-2\cdot 2=6\ (\text{миль}) \text{ — подходит!}$$

2-й случай:

$$\begin{cases} v_2(\tau_2)=0 \\ y(\tau_2)=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} v_2+a\tau=0 \\ -10+v_2\tau+\frac{a}{2}\tau^2=0 \end{cases}$$

$$\tau=\frac{-v_2+\sqrt{v_2^2+20a}}{a} \Rightarrow$$

$$v_2 - v_2+\sqrt{v_2^2+20a}=0 \Rightarrow \quad v_2^2=-20a$$

$$a_2=-\frac{v_2^2}{20}=-\frac{100}{20}\frac{\text{миль}}{\text{час}^2}=-5\ \text{миль}/\text{час}^2$$

(В 1-м и 2-м случае τ и a разные, но без индексов)

Место для скобы

Шифр

проверка:

$\tau_2 = -\frac{v_2}{a} = -\frac{10}{-5} = 2c$

$|x(\tau_2)| \geq 1$:

$-8 + 8 \cdot 2 - \frac{5}{2} \cdot 2 \cdot 2 = -2м$ — подходит.

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$, в то же самое время, одному из кораблей необходимо попасть в центр координат (точка пересечения маршрутов кораблей). В данном случае, оптимальный случай — одна из скоростей обнуляется в точке (0;0)

Ответ: -5 миль/час^2

5.

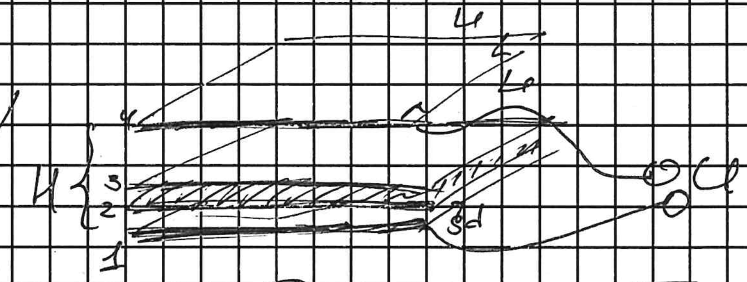
$L_0, H, d, \varepsilon, U, V_1, E_{cr}$

1, 2, 4 — закреплены

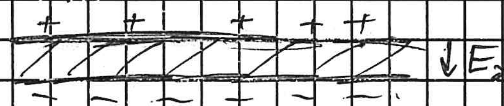
3 — движется

$V = V_1$: $E_{диэл} = E_{cr}$,

U, V_0 — ?



Диэл-к представляет собой диполь:



$E_\varepsilon = E_0 \cdot \frac{1}{\varepsilon} = E_0 + E_{диэл} \Rightarrow E_{диэл} = E_0\left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right)$

с диэл. без диэл.

$E_{диэл} = -E_0\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right) = E_{cr}$

Место для скобы

Шифр

$E = \frac{U}{d}$ В конденсаторе: $U = \frac{q}{C}$

(рассматриваем $C = \frac{S\varepsilon_0}{d}$, без диэл.)

$E_0 = \frac{q}{Cd} = \frac{q}{S\varepsilon_0}$

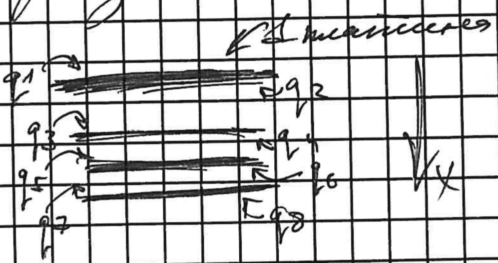
Рассоединим пластины:

~~$q_2 = q_1$~~

~~$q_3 = q_2$~~

Напряжённость поля в каждой пластине равна нулю.

Исходя из принципа суперпозиции полей:



~~для 1-й пластины:~~

~~$\frac{q_1}{2S\varepsilon_0} - q_2$~~

$\sum \frac{q_x}{2S\varepsilon_0} = 0$

для q_x пластин