

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
130	23.03.24	Генералов	

1/2/3/4/5
2/3/4/5/1

№1 Составим 4 цифры a, b, c, d . - тогда минимальные это минимальные
первые две цифры должны быть минимальными, то есть
 $a=1$ и $b=0$ и минимальные минимальные. Произведем $99,98$
 $\frac{1099}{19} \approx 57,84$ $\frac{1098}{18} = 61$ Ответ 1099

25

№2

1) $0 < x < \frac{1}{2}$, $0 < y < \frac{1}{2}$

2) $y^2 - x^2 > y - x$

$y^2 - x^2 > y - x$

$(y-x)(y+x) > y-x$

$(y-x)(y+x-1) > 0$

Мы знаем, что сумма $x+y < 1$

значит $(y+x-1) < 0$, тогда $y-x < 0$

т.к. $(-1)(-1) > 0$ значит $y < x$

$(y-x)(x^2+yx+y^2-1) > 0$

$(y-x < 0)$ значит $x^2+y^2+yx-1 < 0$

$x^2+y^2+xy < 1$

$y+x-1 < 0$

$(y+x)^2 < (1)^2$

$x^2+y^2+xy < 1$

Еще $y^2+x^2+2xy < 1$ то и

то есть меньше 1 у.т.т.

20

√4

$$\cos 2x + \cos^{2023} (2x) + 2024 \cos^{2025} (2x) = \sin x + \sin^{2023} (x) + 2024 \sin^{2025} (x)$$

уравнение берём если

$$1) \cos 2x = \sin x \quad 2) \cos^{2023} (2x) = \sin^{2023} (x) \quad 3) 2024 \cos^{2025} (2x) = 2024 \sin^{2025} (x)$$

все уравнения выполняются и упрощаются

$$\cos 2x - \sin x = 0$$

$$1 - 2 \sin^2 x - \sin x = 0 \quad \sin x = t$$

$$-2t^2 - t + 1 = 0 \quad | : (-1)$$

$$2t^2 + t - 1 = 0 \quad | y^2 + y - 2 = 0$$

$$t_1 = -1 \quad t_2 = \frac{1}{2} \quad y_1 = -2 \quad y_2 = 1$$

берём и заменим

$$\sin x = -1 \quad \sin x = \frac{1}{2}$$

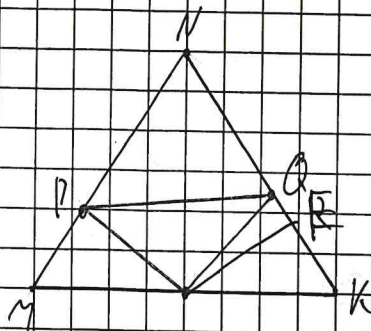
$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = (-1)^k \arcsin \frac{1}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = (-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } x = -\frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = (-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$\sqrt{3}$ 

Точки P и Q лежат на окружности с центром которой является середина MK. Радиус этой окружности $R = \frac{1}{2} MK$

Вспомогательный радиус r радиусе окружности которой касаются стороны MN и MK

$$S_{\Delta} = 1 \quad \frac{\frac{1}{2} \cdot \sqrt{3}}{1} = 1 \quad r^2 = \frac{1}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}^2}$$

$$R = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = OK$$

$$\Delta O E K \quad \frac{r}{OK} = \sin 60^\circ \quad r = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$PQ < 2R$$

$$PQ < 2r$$

$$r < R < R$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} < r < \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} < r < \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \frac{1}{\sqrt{3}} < PQ < \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Откуда } \frac{\sqrt{3}}{2} < PQ < \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

10