

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
13		Корженев	И
Шифр			042009

① x, y - положительные

$$x > y$$

$$x^2 + y^2 = \frac{5}{2}xy$$

$$\frac{x+y}{x-y} = 2x^2 + 2y^2 - 5xy = 0$$

$$y \neq 0$$

$$2\left(\frac{x}{y}\right) + 2 - 5\left(\frac{x}{y}\right) = 0 \quad \frac{x}{y} = t \geq 0$$

$$2t^2 + 2 - 5t = 0$$

$$2t^2 - 5t + 2 = 0$$

$$D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 25 - 16 = 9 = 3^2$$

$$t_{1,2} = \frac{5 \pm 3}{4} \quad \begin{cases} t = 2 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{2}$$

$$x = 2y$$

$$x = \frac{y}{2}$$

$$\frac{2y+y}{2y-y} = \frac{3y}{y} = 3$$

Ответ: 3

1	2	3	4	5	Σ
4	2	7	0	0	13

② $a^2 - a = x$ - целое

$$a^4 - a = y$$

$$a^4 = (a^2)^2$$

$$a^2 = x + a$$

$$a^4 = y + a$$

$$a^4 = (x + a)^2$$

$$y + a = x^2 + 2xa + a^2$$

$$y + a = x^2 + 2xa + x + a$$

$$y = x(x + 2a + 1)$$

$$2a - \text{целое} \quad ? \quad \text{это не то!}$$

$$a^2 - a - x = 0$$

$$D = 1 + 4x$$

$$a = \frac{1 \pm \sqrt{1+4x}}{2}$$

$$2a = 1 + \sqrt{1+4x}$$

$$1 + 4x = z^2$$

$$z - \text{целое}$$

$$4x = z^2 - 1$$

$$4x = (z-1)(z+1)$$

$$\begin{cases} z-1=4 \\ z+1=x \end{cases} \quad \begin{cases} z+1=4 \\ z-1=x \end{cases}$$

$$z = 4+1$$

$$z = 5$$

$$5+1=x$$

$$x=6$$

$$a^2 - a - 6 = 0$$

$$D = 1 - 4(-6) = 1 + 24 = 25 = 5^2$$

$$a_{1,2} = \frac{1 \pm 5}{2} \quad \begin{cases} a = 3 - \text{целое} \\ a = -2 - \text{целое} \end{cases}$$

$$z = \sqrt{1+4x}$$

$$\begin{cases} a^2 - a - 2 = 0 \\ D = 1 - 4(-2) = 9 = 3^2 \end{cases}$$

$$a_{1,2} = \frac{1 \pm 3}{2} \quad \begin{cases} a = 2 \\ a = -1 \end{cases}$$

Ответ: a =

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

3) $a_n = 1 + \frac{2}{n} - \frac{2}{n^3} - \frac{1}{n^4}$ $a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \dots \cdot a_{10}$

$$\frac{n^4}{1} - \frac{1}{n^4} = \frac{n^4 - 1}{n^4} = \frac{(n^2)^2 - 1}{n^4} = \frac{(n^2 - 1)(n^2 + 1)}{n^4} = \frac{(n-1)(n+1)(n^2+1)}{n^4}$$

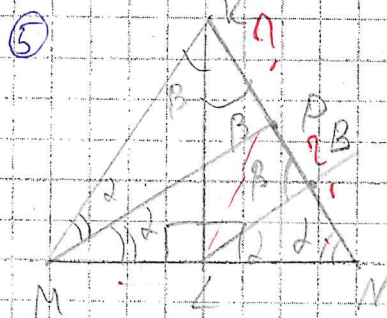
$$\frac{n^2}{n} - \frac{1}{n^3} = \frac{2n^2 - 2}{n^3} = \frac{2(n^2 - 1)}{n^3} = \frac{2(n-1)(n+1)}{n^3}$$

$$\frac{(n-1)(n+1)(n^2+1)}{n^4} + \frac{2(n-1)(n+1)}{n^3} = \frac{(n-1)(n+1)}{n^3} \left[\frac{n^2+1}{n} + \frac{2}{1} \right] =$$

$$= \frac{(n-1)(n+1)(n+1)^2}{n^4} = \frac{(n-1)(n+1)^3}{n^4}$$

$$\frac{1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 27 \cdot 29 \cdot 28 \cdot 30}{2^{10} \cdot 2^4 \cdot 4^4} = \frac{1 \cdot 80}{2^3 \cdot 2^9} = \frac{80}{8 \cdot 79} = \frac{80}{632}$$

Ответ: $\frac{80}{632}$



+

Дано:

$\angle MKN$ — тупой, медиана

$MP = 2KL$ (по условию)

1) Рассмотрим $\triangle MKL$

$$2\alpha + \beta + \angle KLM = 180^\circ \text{ (по т. О.З. в } \triangle) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\alpha + \beta = 90^\circ$$

2) Проведем $LB \parallel MP \Rightarrow \angle B$ — средняя линия $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle B = \frac{MP}{2} = KL$$

3) Рассмотрим $\triangle PLB$

$$\beta + \beta + (90 - 2\alpha) = 180$$

$$2\alpha + 3\beta = 90^\circ$$

$$5\alpha = 90$$

$$\alpha = 18$$

$$\beta = 32 = 18 \cdot 3 = 54$$

$$\angle MKN = 2\beta = 54 \cdot 2 = 108$$

Ответ: 108

Дока:

$\triangle MKN$ — равно-
бедренный

MN — основание

KL и MP — биссек-
трисы

$$MP = 2KL$$

$$\angle MKN = ?$$