

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
15		Корсунская	М
Шифр			042000

$$N1 \quad (7+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-a)^2 \quad S = ?$$

$$S'(a) = 2(7+a-b) - 2(9+c-a) = 14+2a-2b-18-2c+2a = \\ = 4a-2b-2c-4$$

$$S'(b) = -2(7+a-b) + 2(2+b-c) = -14-2a+2b+4+2b-2c = \\ = -2a+4b-2c-10$$

$$S'(c) = -2(2+b-c) + 2(9+c-a) = -4-2b+2c+18+2c-2a = \\ = -2a-2b+4c+14$$

Минимум находится там, где производная равна 0.

$$\begin{cases} 4a-2b-2c-4=0 & (1) \\ -2a+4b-2c-10=0 & (2) \\ -2a-2b+4c+14=0 & (3) \end{cases} \quad \begin{cases} 4a-2b-2c-4=0 \\ -2a-2b+4c+14=0 \\ 6a-6c-18=0 \quad / : 6 \\ a-c-3=0 \end{cases}$$

$$a = c+3 \rightarrow \text{подставим в (1)}$$

$$4(c+3)-2b-2c-4=0$$

$$4c+12-2b-2c-4=0 \quad / : 2$$

$$2c+6-b-c-2=0$$

$$c+6-b-2=0$$

$$c-b+4=0$$

$$-b = -c-4$$

$$b = c+4$$

$$\begin{cases} c - \text{любое} \\ a = c+3 \\ b = c+4 \end{cases}$$

1	2	3	4	5	Σ
5	7	3	0	0	15

$$S = (7+(c+3)-(c+4))^2 + (2+(c+4)-c)^2 + (9+c-(c+3))^2 = \\ = (7+c+3-c-4)^2 + (2+c+4-c)^2 + (9+c-c-3)^2 = 6^2 + 6^2 + 6^2 = \\ = 36 + 36 + 36 = 108$$

✓

Ответ. 108

пер-я мин

М

$$12 \quad P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 506$$

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$$

$$P(x) = 506 - x + x^2(x^4 + x^3 - 4x^2 + 1)$$

$$P(x) = x^2 \cdot Q(x) + 506 - x$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = x_1^2 \cdot Q(x_1) - x_1 + 506 + x_2^2 \cdot Q(x_2) - x_2 + 506 + x_3^2 \cdot Q(x_3) - x_3 + 506 + x_4^2 \cdot Q(x_4) - x_4 + 506$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \text{ корни } Q(x) \Rightarrow Q(x_1) = Q(x_2) = Q(x_3) = Q(x_4) = 0$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = -x_1 + 506 - x_2 + 506 - x_3 + 506 - x_4 + 506 = 2024 - (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$

$$Q(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) = x^4 - x^3(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + x^2(x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4) - x(x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4) + x_1x_2x_3x_4$$

Метод НЕОПРЕДЕЛЁННЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ:

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$$

$$Q(x) = x^4 - (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)x^3 + x^2(x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4) - x(x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4) + x_1x_2x_3x_4$$

$$Q(x) = Q(x) \Rightarrow -(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) = 1 \text{ коэффициенты перед } x^3 \text{ равны}$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = 2024 + 1 = 2025$$

Ответ. 2025

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

N3

$$x^2 - 6\sqrt{x^2 + 1} + 11 - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} = 0$$

$$x^2 - 6\sqrt{x^2 + 1} + 11 = \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18}$$

$$S(x) = x^2 - 6\sqrt{x^2 + 1}$$

Пусть $\sqrt{x^2 + 1} = a$, тогда $x^2 + 1 = a^2$

$$x^2 = a^2 - 1$$

$$S(x) = a^2 - 6a + 10 \text{ (парабола с ветвями вверх)}$$

$$x_0 = \frac{6}{2} = 3 \quad y_0 = 9 - 18 + 10 = 1$$

$M(3; 1)$ - вершина

$$y_{\min} = 1$$

Вершина параболы находится

в точке $M(3; 1)$, ветви

направлены вверх $\Rightarrow$ все значения функции лежат выше

$$a^2 - 6a + 10 = 1$$

$$a^2 - 6a + 9 = 0$$

$$(a - 3)^2 = 0 \Rightarrow a = 3 \quad \sqrt{x^2 + 1} = 3$$

$$x^2 + 1 = 9 \quad \begin{cases} x = \sqrt{8} \\ x = -\sqrt{8} \end{cases} \quad 1 \leq x^2 - 6\sqrt{x^2 + 1} + 11 - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} \leq 1$$

$$x^2 = 8 \quad x^2 - 6\sqrt{x^2 + 1} + 11 = \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} = 1 \text{ - единственный случай}$$

$$x^2 - 6\sqrt{x^2 + 1} + 11 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{8} \\ x = -\sqrt{8} \end{cases} \text{ подставляем в выражение}$$

$$\cos \frac{8\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} - 4}{18} = \cos \left(\frac{8}{18} \right) \neq 1$$

почему другие корни?

$$\cos \frac{8\sqrt{2}(-\sqrt{8}) - 4}{18} = \cos 0 = 1 \Rightarrow -\sqrt{8} \text{ - корень}$$

Ответ. $-\sqrt{8}$

✓