Место для скобы

Шифр 08486

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. членов жюри | Подписи членов жюри |
|---|---|---|---|
| 14б | 23.03.24 | Гендрико | |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 7 | 0 | 3 | 1 |

Задание №2.

1) $0 < x < \frac{1}{2}$, $0 < y < \frac{1}{2}$.

2) $y^2 - x^2 > y - x$ $\qquad$ $y^3 - x^3 > y - x$

$(y-x)(y+x) > y-x$

$(y-x)(y+x-1) > 0$

Зная что: $x+y < 1$, выходит что $y-x < 0$.

Получается: $y+x-1 < 0$.

так как $(-)(-) > 0$ получаем $y < x$

$(y-x)(x^2+yx+y^2-1) > 0$

$y-x<0$ тогда выходит $x^2+y^2+xy-1<0$

$x^2+y^2+xy<1$

$y+x-1<0$

$y+x>0$, $(y+x)^2 < 1^2$, если $y^2+x^2+2xy<1 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ тогда $x^2+y^2+xy < 1$ также $< 1$

$\boxed{\text{Что и требовалось доказать.}}$

7б

Место для скобы

Шифр 08486

Задание №1.

возьмем $xycz$ – как задуманное число

$xy$ – будет минимальным => $xy$ может быть

либо 1 либо 0,

$cz$ – будет максимальное число => $cz$ могут

быть ≈ 99 либо 98 либо 97

Решая методом подбора:

$$\frac{1099}{19} < \frac{1098}{18} > \frac{1097}{16}$$

$$\frac{1099}{19} < \frac{1097}{16}.$$

так как $\frac{1099}{19}$ будет меньше всего ответ

будет 1099.

Ответ: $\boxed{1099}$

3б

[illegible]

место для скобы

Шифр 08486

Задание 4.

$\cos 2x + \cos^{2023}(2x) + 2024\cos^{2025}(2x) = \sin x + \sin^{2023} x +$
$+ 2024\sin^{2025} x$

Уравнение будет верным если выполнятся эти условия:

4.1) $\cos(2x) = \sin(x)$

4.2) $\cos^{2023}(2x) = \sin^{2023}(x)$

4.3) $2024\cos^{2025}(2x) = 2024\sin^{2025}(x)$.

Нерез. обосн.

тогда выйдет:

$\cos 2x - \sin x = 0.$

$1 - \sin^2 x - \sin x = 0.$

Обозначим $\sin x = t$

$-2t^2 - t + 1 = 0 \quad | \cdot (-1)$

$2t^2 + t - 1 = 0.$

$D = 1 + 8 = \sqrt{9} = 3 > 0.$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 \pm 3}{4}$

$x_1 = -1 \qquad x_2 = \frac{1}{2}.$

1) $\sin x = -1.$

$x = \frac{3\pi}{2} - 2\pi k.$

2) $\sin x = \frac{1}{2}$

$x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k.$

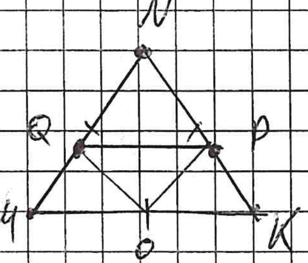
Ответ: $\boxed{x_1 = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k, \quad x_2 = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k}$

3б

Место для скобы

Шифр 08486

Задание 5.




Дано:

△ MNK – равносторонний

QP ∥ MK

$S_{\triangle} = 1$.

P и Q – равноудалены от середины MK.

Какие пределы у точек P и Q на отрезках NK и MN.

Решение:

$S_{\triangle} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$1 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$4 = a^2\sqrt{3}$.

$a^2 = \frac{4}{\sqrt{3}}$.

$a = \frac{2}{\sqrt{\sqrt{3}}} = \frac{2}{\sqrt[4]{3}}$.

$PK = x$, $PN = \frac{2}{\sqrt[4]{3}} - x$, $NQ = PN$

$PQ < PN + NQ \Rightarrow PQ < x + \frac{2}{\sqrt[4]{3}} - x \Rightarrow$

$\Rightarrow PQ < \frac{2\sqrt[4]{27}}{3}$

Ответ: $\boxed{PQ < \frac{2\sqrt[4]{27}}{3}}$

1б