

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
14		Кореньяева	И
Шифр			04.113

Задача 1

$$x^2 + y^2 = 2,5xy$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy = 0,5xy$$

$$\Leftrightarrow (x-y)^2 = 0,5xy$$

$$\Rightarrow x-y = \sqrt{0,5xy}, \text{ т.к. } x, y > 0$$

$$\text{т.е. } \sqrt{x-y} = |x-y| = x-y, \text{ т.к. } x > y$$

$$\text{и } xy > 0, \text{ т.к. } x, y > 0$$

и наоборот поменяв $x+y$

$$x^2 + y^2 = 2,5xy \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2xy = 4,5xy$$

$$\Leftrightarrow (x+y)^2 = 4,5xy \Rightarrow x+y = \sqrt{4,5xy}$$

$$\frac{x+y}{x-y} = \frac{\sqrt{4,5xy}}{\sqrt{0,5xy}} = \sqrt{\frac{4,5xy}{0,5xy}} = \sqrt{9} = 3$$

Ответ: 3.

Задача 2

$$a_n = 1 + \frac{2^3}{n} - \frac{2^5}{n^3} - \frac{1}{n^4} \Leftrightarrow a_n = \frac{n^4 - 1 + 2n^3 - 2n^5}{n^4} \Leftrightarrow a_n = \frac{(n^2-1)(n^2+1) + 2n^3(n^2-1)}{n^4}$$

$$\Leftrightarrow a_n = \frac{(n-1)(n+1)(n^2+1+2n)}{n^4} \Leftrightarrow a_n = \frac{(n-1)(n+1)^3}{n^4}$$

когда будем брать произведение $a_k \cdot a_{k+1} \cdot a_{k+2} \cdot \dots \cdot a_{k+m}$ $k > 1, k \in \mathbb{N}$

$$(1) = \frac{(k-1)(k+1)^3 \cdot k \cdot (k+2)^3 \cdot (k+1) \cdot (k+3)^3 \cdot \dots \cdot (k+m-1)(k+m)^3}{k^4 \cdot (k+1)^4 \cdot (k+2)^4 \cdot \dots \cdot (k+m-1)^4 \cdot (k+m)^4}$$

заменим, что все сократится с числителем, кроме

$$(k-1), k, k^3, (k+m+1)^3, (k+m)^4 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow \frac{(k-1) \cdot k \cdot (k+m+1)^3}{(k+m) k^4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(k-1)(k+m+1)^3}{(k+m)k^3}$$

$$\Rightarrow a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot \dots \cdot a_{79} = \frac{(k-1)(k+m+1)^3}{(k+m)k^3}, \text{ где } k=2; m=79-2=77$$

$$\Leftrightarrow \frac{80^3}{79 \cdot 2^3} = \frac{8^3 \cdot 10^3}{79 \cdot 2^3} = \frac{70^3 \cdot 2^3 \cdot 4^3}{79 \cdot 2^3} = \frac{40^3}{79} = \frac{64000}{79} = 810 \frac{10}{79}$$

Ответ: $810 \frac{10}{79}$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

Задача 2

Пусть $a \notin \mathbb{Z}$

Если $a = i$, то $a^2 - a \notin \mathbb{Z}$, т.к. $i^2 - i = -1 - i \notin \mathbb{Z}$

Если a — иррац., то аналогично.

$a^2 - a \in \mathbb{Z}$, т.к. $(\sqrt{m})^2 - \sqrt{m} \in \mathbb{Z}$, т.к.

~~$\sqrt{m}$ — иррац.~~

Иррац., в котором
дроби из рациональных иррац.
неравна целому.

$\Rightarrow a$ можно представить как: $a = \frac{k}{m}$, где k, m — взаимнопростые

$$\text{тогда } a^2 - a = \frac{k^2}{m^2} - \frac{k}{m} = \frac{k^2 - km}{m^2} = \frac{k(k-m)}{m^2}$$

целое число,
 $m, k \neq 0$.

т.к. k и m — взаимнопростые (т.е. $k \nmid m$, а значит $k \nmid m^2$), то

$\frac{k-m}{m} \in \mathbb{Z}$ — необходимо.

$\frac{k-m}{m}$ не м.б. иррац. числом, т.к. k и m взаимнопростые,

т.е. если $k-m \nmid m^2$, то $k \neq \frac{m}{p}$, где $p \in \mathbb{Z}$.

Отсюда противоречие

$\Rightarrow a \in \mathbb{Z}$, ч.т.д.

Задача 4

	Кол-во	ср. вел.	обл. в.
Бюджет	I — x	$\frac{K}{K}$	Kx
	II — y	K	Ky
Статья	I — $x+1$	$K+3$	$(x+1)/(K+3)$
	II — $y+1$	$K+3$	$(y+1)/(K+3)$
Показ	I — $x+2$	$2,03/K+4$	$2,03(K+3)/(x+2)$
	II — $y+2$	$2,04/K+3$	$2,03(K+3)/(y+2)$

Всё с % не сходится!

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$(k+3)(k+7) = 703(k+3)/1171$$

~~$$0,03k = 0,09$$~~

$$k = 32$$

Ответ: 32

/