Место для скобы

Шифр 08495

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
13б	23.03.24	Кочунина	

1	2	3	4	5
3	6	0	3	1

4) $\cos 2x + \cos^{2023} 2x + 2024 \cdot \cos^{2025} 2x = \sin x + \sin^{2023} x + 2024 \sin^{2025} x$

$$\left[\begin{array}{l} \cos 2x = \sin x \\ \cos^{2023} 2x = \sin^{2023} x \\ 2024 \cos^{2025} 2x = 2024 \sin^{2025} 2x \end{array}\right.$$

Нет обосн.

$\cos 2x - \sin x = 0 \qquad \sin x = t$

$1 - 2\sin^2 x - \sin x = 0$

$-2t^2 - t + 1 = 0$

$2t^2 + t - 1 = 0 \quad \vert\ y^2 + y - 2 = 0$

$t_1 = -1 \quad t_2 = \frac{1}{2} \quad y_1 = -2 \quad y_2 = 1$

3б

$\sin x = -1$

$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$

$\sin x = \frac{1}{2}$

$x = (-1)^n \cdot \arcsin \frac{1}{2} + \pi n,\ n \in \mathbb{Z}$

2) $0 < x < \frac{1}{2} \qquad 0 < y < \frac{1}{2}$

$+\begin{cases} 0 < x < \frac{1}{2} \\ 0 < y < \frac{1}{2} \end{cases} \qquad \times\begin{cases} 0 < x < \frac{1}{2} \\ 0 < y < \frac{1}{2} \end{cases}$

$0 < x + y < 1 \qquad 0 < xy < \frac{1}{4}$

$y^4 - x^2 > y - x$

$(y-x)(y+x) > y - x$

Если $y > x$, то $y - x > 0$

$y^2 - x^2 > y - x$

$(y-x)(y+x) > y - x \ \vert : (y-x)$

$y + x > 1$

неуд условию

Если $y < x$, то $y - x < 0$

$(y-x)(y+x) > y - x \ \vert : (y-x)$

$y + x < 1$

$(y-x)(y^2 + xy + y^2) > y - x \ \vert : (y-x)$

$y^2 + xy + y^2 < 1$

$(y^2 + x^2) - xy < 1$ неравенство верно

т.к. $\begin{cases} 0 < xy < \frac{1}{4},\ \text{то} \\ 0 < x + y < 1 \end{cases}$

6б

Место для скобы

Шифр 08495

1) Чтобы $\frac{a\,b\,c\,d}{a+b+c+d}$ - наим., то a и b - наим.

$a = 1$ $b = 0$
$c = 9$ $d = 9$
$c = 8$
$c = 7$

$\frac{1099}{19} \approx 57{,}8$ $\frac{1097}{17} \approx 58$

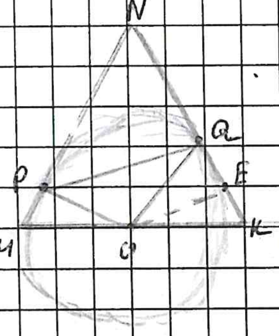
$\frac{1088}{18} = 61$

Недост. обосн.

3б

Ответ $abcd = 1099$.

5)



Дано
$\triangle MNK$ - равносторонний
$MN = NK = MK$
$S_\triangle = 1$
$R = \frac{OK}{2}$

5б

Решение:

Так как $S = 1$, то $\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 1$

$a = \frac{2}{\sqrt[4]{3}}$

$R = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt[4]{3}} = \frac{1}{\sqrt[4]{3}}$

Из $\triangle OEK$

$\frac{r}{OK} = \sin 60^\circ$

$r = \frac{1}{\sqrt[4]{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt[4]{3}}{2}$

$PQ < 2R$
$PQ < 2r$

$\sqrt[4]{3} < PQ < \frac{2}{\sqrt[4]{3}}$