

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
64	01.04.24	Евд Д.М.	

1|2|3|4|5|6  
20|16|20|18|64

Дано:

$$R_1 = r$$

$$h = \text{const}$$

$$R_2 = \frac{r}{2}$$

$$\rho$$

$$g$$

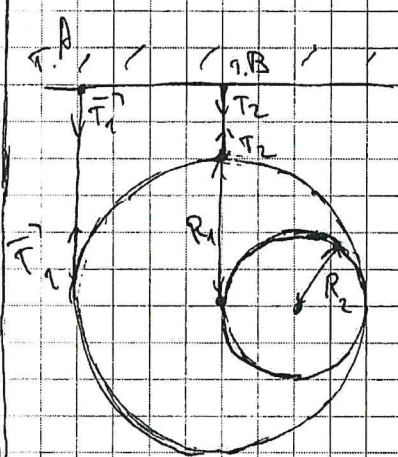
$$m$$

Найти:

$$T_1 = ?$$

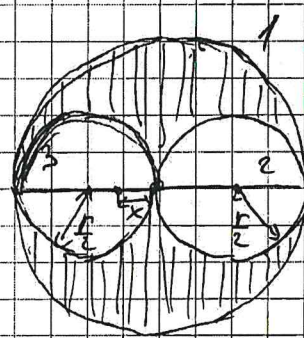
$$T_2 = ?$$

$$x = ?$$



11

Решение:



Проведем прямую через центры окружностей и на ней построим третья, с радиусом  $R_2 = \frac{r}{2} \Rightarrow$  диаметры

двух малых образуют диаметр большой, ~~то~~ прикасаются в центре большой  $\Rightarrow$  ~~эти~~ малые симметричны от центра большой  $\Rightarrow$   $\Rightarrow$  если их убрать, то центр масс останется в центре большой

$$m_1 = \rho V_1 = \rho h S = \rho h \pi r^2$$

$$m_2 = \rho V_2 = \rho h S_2 = \frac{1}{4} \rho h \pi r^2 = m_3 \text{ (одинаковые радиусы)}$$

$$m' \text{ (заштрихованной)} = m_1 - 2m_2 = \rho h \pi r^2 - 2 \cdot \frac{1}{4} \rho h \pi r^2 = \frac{1}{2} \rho h \pi r^2$$

центр масс фигуры расположится между центрами масс 1 и 3 окр, а они в свою очередь на расстоянии  $\frac{r}{2} = R_2$  (центр масс 3 окр в ее центре)

По свойству центров масс

$$\frac{x}{m'} = \frac{\frac{r}{2} - x}{m_3};$$



$$\frac{x}{\frac{1}{2} \rho h \pi r^2} = \frac{\frac{r}{2} - x}{\frac{1}{4} \rho h \pi r^2}$$

$$2x = \frac{r}{2} - x$$

$$3x = \frac{r}{2}$$

$$x = \frac{r}{6}$$

По правилу моментов от центра большей окр. система находится в равновесии значит:

$$M_1 = M_2$$

$$T_1 \cdot r = (m_1 + m_2) g \cdot \frac{r}{6}$$

$$T_1 = \frac{1}{6} \cdot \left( \frac{1}{2} \rho h \pi r^2 + \frac{1}{4} \rho h \pi r^2 \right) g$$

$$T_1 = \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{4} mg$$

$$T_1 = \frac{1}{8} mg$$

Т.к. геталь в равновесии, то

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \frac{3}{4} mg \vec{y} = 0$$

На оси Oy:

$$T_1 + T_2 - \frac{3}{4} mg = 0$$

$$T_2 = \frac{3}{4} mg - \frac{1}{8} mg = \frac{5}{8} mg$$

Ответ:  $x = \frac{r}{6}$ ;  $T_1 = \frac{1}{8} mg$ ;  $T_2 = \frac{5}{8} mg$  / 15

Дано:

$$h = 25 \text{ см}$$

$$S = 20 \text{ см}^2$$

$$m_{\text{л}} = 150 \text{ г}$$

$$t_{\text{л}} = -5^\circ \text{C}$$

$$t_{\text{в}} = 15^\circ \text{C}$$

Решение

Вливали медленно  $\Rightarrow$  произойдет теплообмен  $\Rightarrow$  вода растаяла часть льда (у нее больше теплоемкость и др)

А так же заполним весь объем ~~м~~

По условию задачи составим систему уравнений, где  $m_x$  — масса растаявшего льда:



$$\rho_A = 980 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 0,9 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

$$\rho_B = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

$$c_B = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{C}} = 4,2 \frac{\text{Дж}}{\text{г} \cdot \text{C}}$$

$$c_A = 2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{C}} = 2,1 \frac{\text{Дж}}{\text{г} \cdot \text{C}}$$

$$\lambda = 330 \frac{\text{кДж}}{\text{м} \cdot \text{C}} = 330 \frac{\text{Дж}}{\text{см} \cdot \text{C}}$$

$$m_B = ?$$

$$\begin{cases} Q_1 = Q_2 \\ V_{\text{вод}} + V_A = V_{\text{обш}} \end{cases}$$

$$c_B m_B \Delta t_B = c_A m_A \Delta t_A + \lambda m_x$$

$$\left( \frac{m_B + m_x}{\rho_B} \right) + \frac{m_A - m_x}{\rho_A} = S h$$

$$c_B m_B (t_B - t_{\text{ог}}) = c_A m_A (t_{\text{ог}} - t_A) = \lambda m_x$$

$$m_x = \frac{c_A m_A t_A + c_B m_x t_B}{c_B t_B - c_A t_A} = \frac{2,1 \frac{\text{Дж}}{\text{г} \cdot \text{C}} \cdot 150 \text{ г} \cdot 5 \text{ C} + 4,2 \frac{\text{Дж}}{\text{г} \cdot \text{C}} \cdot 150 \text{ г} \cdot 5 \text{ C}}{4,2 \frac{\text{Дж}}{\text{г} \cdot \text{C}} \cdot 150 \text{ C} - 2,1 \frac{\text{Дж}}{\text{г} \cdot \text{C}} \cdot 150 \text{ C}} =$$

$$= \frac{63 \frac{\text{Дж}}{\text{г}} \cdot \text{г} = 1575 \text{ Дж}}{330 \frac{\text{Дж}}{\text{см} \cdot \text{C}} \cdot \text{см} = 0,191 \text{ мБ} - 4,773 \text{ г}}$$

$$\frac{m_B + m_x}{\rho_B} + \frac{m_A - m_x}{\rho_A} = S h;$$

$$m_B \rho_A + m_A \rho_B - m_x (\rho_B - \rho_A) = S h;$$

$$m_B \rho_A - 0,191 m_B (\rho_B - \rho_A) = S h - m_A \rho_B + 4,773 \text{ г} \cdot (\rho_B - \rho_A)$$

$$m_B = \frac{S h - m_A \rho_B + 4,773 \text{ г} \cdot (\rho_B - \rho_A)}{\rho_A - 0,191 (\rho_B - \rho_A)}$$

$$= \frac{25 \text{ см} \cdot 20 \text{ см}^2 - 150 \text{ г} \cdot 0,9 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} + 4,773 \text{ г} \cdot (1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} - 0,9 \frac{\text{г}}{\text{см}^3})}{1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} - 0,191 (1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} - 0,9 \frac{\text{г}}{\text{см}^3})} = 372,6 \text{ г}$$

Ответ: ~~372,6~~ 372,6 грамм масса воды

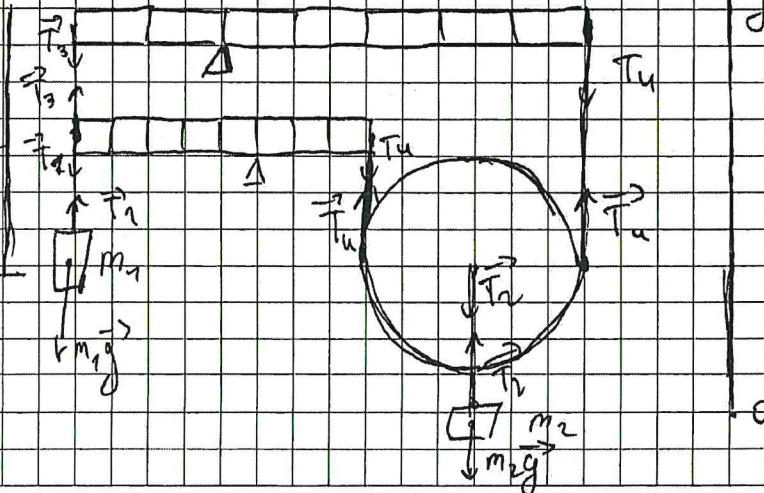
мл

Дано:

$m_2$

Найти:

$m_2 = ?$





Система в покое  $\rightarrow m_2 \vec{g} + \vec{T}_2 = 0$  ;  $m_1 \vec{g} + \vec{T}_1 = 0$

На ось  $Oy$ :

$$T_2 = m_2 g$$

$$T_1 = m_1 g$$

Условие равновесия блока:

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_3 + \vec{T}_4 = 0$$

На ось  $Oy$ :

$$2T_3 = T_4 \Rightarrow T_3 = \frac{T_4}{2}$$

Правило моментов от т. опоры для верхнего рычага:

$$M_1 = M_2$$

$$T_3 \cdot 2l_1 = T_4 \cdot 5l_1$$

$$T_3 = 2,5 T_4$$

Правило моментов от т. опоры для нижнего рычага:

$$M_1' = M_2'$$

$$(T_1 - T_3) \cdot 5l_2 = T_4 \cdot 3l_2$$

$$T_1 - T_3 = \frac{3}{5} T_4$$

$$T_1 = \frac{3}{5} T_4 + T_3$$

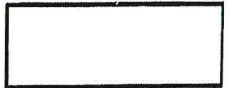
$$T_1 = \frac{3}{5} T_4 + 2,5 T_4$$

$$T_1 = 3,1 T_4$$

$$T_1 = \frac{3,1}{2} T_2$$

$$m_1 g = 1,55 m_2 g$$

$$m_1 = 1,55 m_2$$



№3

Дано:

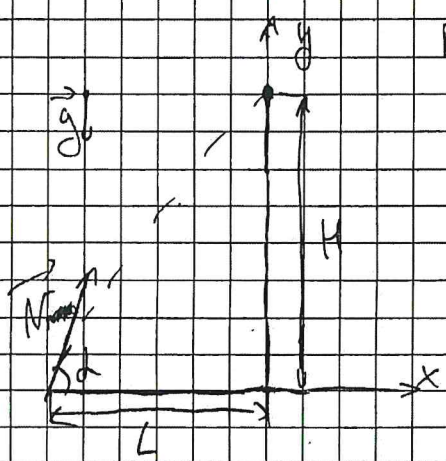
$L = 3 \text{ м}$

$H = 4 \text{ м}$

$t = 1,2 \text{ с}$

$v_{\text{мин}} = ?$

$\alpha_0 = ?$



Решение:

Т.к. петля долетает и сразу взрывается,

то

$v_{\text{ох}} \cdot t = L;$

$v \cos \alpha = \frac{L}{t} = \frac{3 \text{ м}}{1,2 \text{ с}} = 2,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$H = v_{\text{oy}} t - \frac{g t^2}{2}$

$v \sin \alpha = \frac{H + \frac{g t^2}{2}}{t} = \frac{4 \text{ м} + \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot (1,2 \text{ с})^2}{2}}{1,2 \text{ с}} = 9 \frac{1}{3} \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$v = \frac{9 \frac{1}{3} \frac{\text{м}}{\text{с}}}{\sin \alpha}$

$v = \frac{2,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{\cos \alpha}$

$\Rightarrow \frac{9 \frac{1}{3} \frac{\text{м}}{\text{с}}}{\sin \alpha} = \frac{2,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{\cos \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{9 \frac{1}{3} \frac{\text{м}}{\text{с}} \cos \alpha}{2,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = \frac{6}{5} \cos \alpha$

Основное тригонометрическое тождество:

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$(\frac{6}{5})^2 \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \frac{36}{25}}$

$\cos \alpha = \sqrt{\frac{25}{61}} \approx 0,64$

$v = \frac{2,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{0,64} = \frac{2,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{0,64} = 3,91 \frac{\text{м}}{\text{с}}$  - минимальная скорость