

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
125	20.03.25	Белухин	
Шифр			918006

Задача №3

1/2/3/4/5
0/5/4/2/1

$$a_n = 1 + \frac{2}{n} - \frac{2}{n^3} - \frac{1}{n^4} = \frac{n^4 + 2n^3 - 2n - 1}{n^4} = \frac{(n^2-1)(n^2+1) + 2n(n^2-1)}{n^4} =$$

$$= \frac{(n^2-1)(n+1)^2}{n^4} = \frac{(n+1)^3(n-1)}{n^4};$$

Итого:

$$a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_{99} = \frac{3^3 \cdot 1}{2^4} \cdot \frac{4^3 \cdot 2}{3^4} \cdot \dots \cdot \frac{100^3 \cdot 98}{99^4} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 98 \cdot 3^3 \cdot 4^3 \cdot \dots \cdot 100^3}{2^4 \cdot 3^4 \cdot 4^4 \cdot \dots \cdot 99^4} =$$

$$= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3^4 \cdot 4^4 \cdot \dots \cdot 98^4 \cdot 99^3 \cdot 100^3}{3^4 \cdot 4^4 \cdot \dots \cdot 99^4} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 99^3 \cdot 100^3}{99^4} = \frac{2 \cdot 100^3}{99} =$$

$$= 2 \cdot \left(10101 \frac{1}{99} \right) = 20202 \frac{2}{99}$$

40

Ответ: $20202 \frac{2}{99}$

Задача №4

20

$$x^2 + px - \frac{1}{2p^2} \neq; D = p^2 + \frac{2}{p^2} = \frac{p^4 + 2}{p^2}$$

$$x_1 = \frac{-p^2 + \sqrt{p^4 + 2}}{2 \cdot p^2}$$

$$x_2 = \frac{-p^2 - \sqrt{p^4 + 2}}{2 \cdot p^2}$$

Возведем правую и левую
часть в 4-ую степень

$$(a+b)^4 + (a-b)^4 = 2(a^4 + b^4) + 2a^2b^2$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			918206

Продолжение №4

$$\begin{aligned} \kappa_2^4 + \kappa_1^4 &= \frac{2(p^8 + 4p^4 + 4 + p^8)}{16p^4} + \frac{4p^4(p^4 + 2)}{16p^4} = \frac{4p^8 + 8p^4 + 8 + 4p^8 + 8p^4}{16p^4} = \\ &= \frac{8p^8 + 16p^4 + 8}{16p^4} = \frac{p^8 + 2p^4 + 1}{2 \cdot 16p^4} = \frac{(p^4 + 1)^2}{2p^4} \end{aligned}$$

Тогда: $\frac{(p^4 + 1)^2}{2p^4} \geq 2 + \sqrt{2} \Rightarrow \kappa_1^4 + \kappa_2^4 \geq \frac{(p^4 + 1)^2}{2 + \sqrt{2}}$

Задача №1.

$$\begin{aligned} \frac{\kappa + y}{\kappa - y}; \quad \kappa^2 + y^2 &= \frac{16}{3} \kappa y; \quad \kappa^2 + 2\kappa y + y^2 = 5\frac{1}{3} \kappa y = (\kappa + y)^2 = \\ &= \frac{(\kappa + y)(\kappa^2 - y^2)}{\kappa - y} = 5\frac{1}{3} \kappa y \Rightarrow \frac{\kappa + y}{\kappa - y} = \frac{16\kappa y}{3(\kappa^2 - y^2)} = \end{aligned}$$

$$= \frac{16}{3} \cdot \frac{\kappa}{\frac{16}{3} \kappa y}$$

05

Задача №2

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq 21; \quad a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ac) = (a + b + c)^2$$

Но при этом

$$\sum_{i=1}^3 \frac{1}{x_i} \geq 22$$

$$\sum_{i=1}^3 \frac{1}{x_i} \geq 22$$

$$\sum \geq 43$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

Продолжение задания №2

$a^2 + b^2 + c^2 \geq 21$ и $a^2 + b^2 + c^2 \geq 36$ из 1-го условия, поэтому $a + b + c \geq 6$ из 1-го условия $\Rightarrow$
 $a + b + c \geq 6 + n$, тогда $a^2 + b^2 + c^2 \geq 36 + n^2 \Rightarrow$

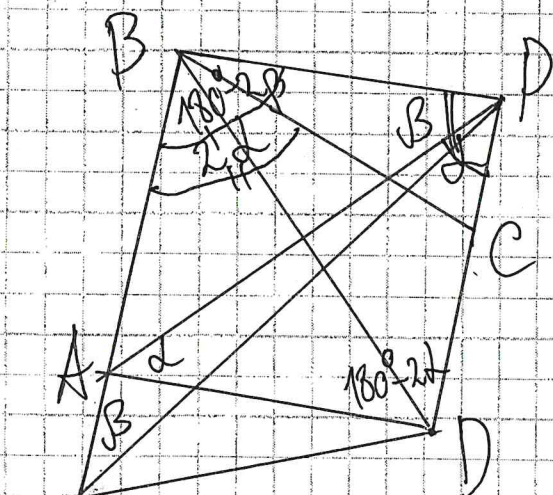
$$\underbrace{a^2 + b^2 + c^2}_{\geq 21} + \underbrace{2(ab + bc + ca)}_{\geq 22} + \underbrace{a + b + c}_{\geq 6+n} = (a + b + c)^2$$

$$\Sigma \geq 49 \Rightarrow (a + b + c)^2 \geq 49 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a + b + c \geq 7$$

Задание №5

Решение:



$Q B P D$ - параллельны и
 Так как $\angle B = \angle D$ по предположению
 $\Rightarrow \angle \alpha = \angle \beta \Rightarrow \angle P Q D = \alpha$,

но при этом;

$\angle B P D = \beta + \alpha$ - угол между ними,

а $\angle B Q D = \beta + \alpha$; $\angle B P D \neq \angle B Q D \Rightarrow$

$\Rightarrow$ такое быть не может.