

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
445		Червонская АС	Жер
Шифр			920719

№ 1

Дано:

v

S

$\Delta t = ?$

Для Антона:

a_1 - ускор. Антона

$t_1 \quad t_2 \quad t_3$

$$\frac{S}{3} = vt_2 = \frac{a_1 t_1^2}{2} = vt_3 - \frac{a_1 t_3^2}{2}$$

$$t_2 = \frac{S}{3v}$$

$$v = a_1 t_1$$

$$0 = v - a_1 t_3$$

$$t_1 = \frac{v}{a_1}$$

$$t_3 = \frac{v}{a_1}$$

$$\Rightarrow t_1 = t_3$$

$$S = \frac{a_1 t_1^2}{2} + vt_2 + vt_3 - \frac{a_1 t_3^2}{2}$$

$$S = vt_2 + vt_3$$

$$t_3 = \frac{S - vt_2}{v} = \frac{S - \frac{Sv}{3v}}{v} = \frac{2S}{3v}$$

$$t_1 = t_3 = \frac{2S}{3v}$$

t_A - общее время Антона

$$t_A = t_1 + t_2 + t_3 = \frac{2S}{3v} + \frac{S}{3v} + \frac{2S}{3v} = \frac{5S}{3v}$$

$$\frac{5S}{3v} > \frac{3S}{2v} \Rightarrow t_A > t_B \Rightarrow \text{первым придет Борис}$$

$$\Delta t = t_A - t_B = \frac{5S}{3v} - \frac{3S}{2v} = \frac{S}{6v}$$

Ответ: первым придет Борис; $\Delta t = \frac{S}{6v}$

Для Бориса:

a_2 - ускор. Бориса

$S_1 \quad S_2 \quad S_3$

t_B - общее время Бориса

$$t_0 = \frac{t_B}{3}$$

$$S_1 = \frac{a_2 t_0^2}{2} \quad S_2 = vt_0$$

$$S_3 = -\frac{a_2 t_0^2}{2} + vt_0$$

$$S = S_1 + S_2 + S_3$$

$$S = \frac{a_2 t_0^2}{2} + vt_0 - \frac{a_2 t_0^2}{2} + vt_0$$

$$S = 2vt_0$$

$$t_0 = \frac{S}{2v}$$

$$t_B = 3t_0 = \frac{3S}{2v}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

020719

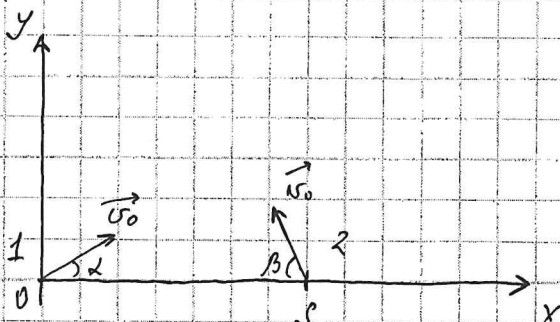
№ 2

Дано:

v_0

S

$r = ?$



для 1-го камня

$$x_1 = 0 + v_0 \cos \alpha t$$

$$y_1 = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$$

t_1 - общее время полета

$$0 = v_0 \sin \alpha - gt_1$$

$$t_1 = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$S = v_0 \cos \alpha t_1 = \frac{v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$$

$$S = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g}$$

$$\frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g} = \frac{v_0^2 \sin 2\beta}{2g} \Rightarrow \sin 2\alpha = \sin 2\beta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\alpha = \pi - 2\beta \Rightarrow$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \beta$$

$$\sin 2\beta = \frac{2gS}{v_0^2}$$

$$r^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$r^2 = (S - v_0 \cos \beta t - v_0 \cos \alpha t)^2 + \left(v_0 \sin \beta t - \frac{gt^2}{2} - v_0 \sin \alpha t + \frac{gt^2}{2} \right)^2$$

$$r^2 = (S - v_0 t (\cos \beta + \cos(\frac{\pi}{2} - \beta)))^2 + v_0^2 t^2 (\sin \beta - \sin(\frac{\pi}{2} - \beta))^2$$

$$r^2 = (S - v_0 t (\cos \beta + \sin \beta))^2 + v_0^2 t^2 (\sin \beta - \cos \beta)^2$$

введем функцию $f(t) = (S - v_0 t (\cos \beta + \sin \beta))^2 + v_0^2 t^2 (\sin \beta - \cos \beta)^2$

$$f'(t) = 2(S - v_0 t (\cos \beta + \sin \beta)) \cdot (-v_0)(\cos \beta + \sin \beta) + 2t v_0^2 (\sin \beta - \cos \beta)^2$$

$$f'(t) = -2S v_0 (\cos \beta + \sin \beta) + 2t v_0^2 (\cos \beta + \sin \beta)^2 + 2t v_0^2 (\sin \beta - \cos \beta)^2$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$f'(t) = -2Sv_0(\cos\beta + \sin\beta) + 2tv_0^2(1 + \sin 2\beta + 1 - \sin 2\beta)$$

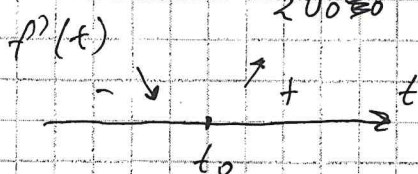
$$f'(t) = -2Sv_0(\cos\beta + \sin\beta) + 4tv_0^2$$

t_0 - точка экстр.

$$4t_0v_0^2 - 2Sv_0(\cos\beta + \sin\beta) = 0$$

$$2t_0v_0 = S(\cos\beta + \sin\beta)$$

$$t_0 = \frac{S(\cos\beta + \sin\beta)}{2v_0}$$



t_0 - точка минимума.

$$r^2 = (S - v_0 t_0(\cos\beta + \sin\beta))^2 + v_0^2 t_0^2 (\sin\beta - \cos\beta)^2$$

$$r^2 = \left(S - \frac{S(\cos\beta + \sin\beta)}{2}\right)^2 + \frac{S^2(\cos\beta + \sin\beta)^2(\sin\beta - \cos\beta)^2}{4}$$

$$r^2 = \left(S - \frac{S(1 + \sin 2\beta)}{2}\right)^2 + \frac{S^2(1 + \sin 2\beta)(1 - \sin 2\beta)}{4}$$

$$r^2 = S^2 - S^2(1 + \sin 2\beta) + \frac{S^2(1 + \sin 2\beta)^2}{4} + \frac{S^2(1 + \sin 2\beta)(1 - \sin 2\beta)}{4}$$

$$r^2 = S^2 \left(1 - 1 - \sin 2\beta + \frac{1 + \sin 2\beta}{4}(1 + \sin 2\beta + 1 - \sin 2\beta)\right)$$

$$r^2 = S^2 \left(-\sin 2\beta + \frac{1}{2} + \frac{\sin 2\beta}{2}\right)$$

$$r^2 = S^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{\sin 2\beta}{2}\right) = S^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{gS}{v_0^2}\right)$$

$$r = S \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{gS}{v_0^2}}$$

Ответ: $r = S \sqrt{0,5 - \frac{gS}{v_0^2}}$

170

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

№ 4

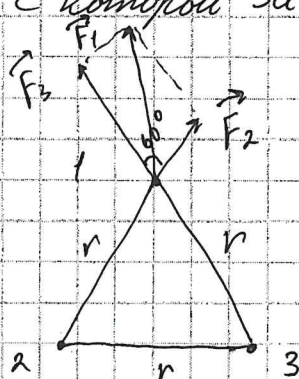
Дано: F_2 — сила, с которой 2й шарик действует на 1й.
 F_3 — сила, с которой 3й шарик действует на 1й.

φ_1

φ_2

φ_3

$F_1 = ?$



$$\varphi_1 = \frac{k q_1}{r} \quad q_1 = \frac{\varphi_1 r}{k}$$

$$\varphi_2 = \frac{k q_2}{r} \quad q_2 = \frac{\varphi_2 r}{k}$$

$$\varphi_3 = \frac{k q_3}{r} \quad q_3 = \frac{\varphi_3 r}{k}$$

$$F_2 = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2} = \frac{k \cdot \varphi_1 r \cdot \varphi_2 r}{k^2 r^2}$$

$$F_2 = \frac{\varphi_1 \varphi_2}{k}$$

$$F_3 = \frac{k |q_1| |q_3|}{r^2} = \frac{\varphi_1 \varphi_3}{k}$$

По теореме косинусов:

$$F_1^2 = F_2^2 + F_3^2 - 2 \cos 60^\circ \cdot F_2 \cdot F_3$$

$$F_1^2 = \frac{\varphi_1^2 \varphi_2^2}{k^2} + \frac{\varphi_1^2 \varphi_3^2}{k^2} - \frac{\varphi_1^2 \varphi_2 \varphi_3}{k^2}$$

$$F_1 = \frac{\varphi_1}{k} \sqrt{\varphi_2^2 - \varphi_2 \varphi_3 + \varphi_3^2}$$

Ответ: $F_1 = \frac{\varphi_1}{k} \sqrt{\varphi_2^2 - \varphi_2 \varphi_3 + \varphi_3^2} = ?$

176

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

N 3

Дано:
 $\eta = ?$

$$\eta = \frac{Q_{нагр} - Q_{хол}}{Q_{нагр}} \cdot 100\%$$

$Q = \Delta U + A$ - 1-й закон термодинамики
 $U = \frac{3}{2} \nu R T$

1) $1 \rightarrow 2: V = const$

$$\Rightarrow A_{12} = 0$$

$$Q_{12} = \Delta U_{12}$$

$$U_{12} = \frac{3}{2} \nu R (12 T_0 - 4 T_0)$$

$$Q_{12} = \frac{3}{2} \nu R \cdot 8 T_0 > 0$$

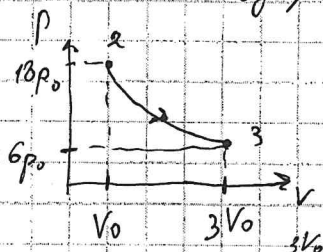
2) $2 \rightarrow 3: T = const \Rightarrow$

$$\Rightarrow \Delta U_{23} = 0$$

изотермический $\Rightarrow pV = 12 \nu R T_0 = const$

$$p = \frac{12 \nu R T_0}{V}$$

$$A_{23} = \int_{\text{под графиком}} p(V) dV$$



$$A_{23} = 12 \nu R T_0 \int_{V_0}^{3V_0} \left(\frac{1}{V} \right) dV$$

$$A_{23} = 12 \nu R T_0 \cdot (\ln V) \Big|_{V_0}^{3V_0}$$

$$A_{23} = 12 \nu R T_0 (\ln 3V_0 - \ln V_0)$$

$$A_{23} = 12 \nu R T_0 \ln 3$$

$$Q_{23} = \Delta U_{23}$$

$$Q_{23} = A_{23} = 12 \nu R T_0 \ln 3 > 0$$

3) $3 \rightarrow 4: V = const$

$$\Rightarrow A_{34} = 0$$

$$Q_{34} = \Delta U_{34} =$$

$$\cancel{U_{34}} = \frac{3}{2} \nu R (4 T_0 - 12 T_0)$$

$$Q_{34} = -12 \nu R T_0 < 0$$

4) $4 \rightarrow 1: T = const \Rightarrow$

$$\Rightarrow \Delta U_{41} = 0$$

изотермический $pV = 4 \nu R T_0 = const$

$$p = \frac{4 \nu R T_0}{V}$$

$$\Delta V_{41} < 0 \Rightarrow A_{41} < 0$$

$$|A_{41}| = 4 \nu R T_0 \int_{V_0}^{3V_0} \left(\frac{1}{V} \right) dV =$$

$$= 4 \nu R T_0 \ln 3$$

$$Q_{41} = A_{41} = -4 \nu R T_0 \ln 3 < 0$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$Q_{\text{нагр}} = Q_{12} + Q_{23} = 12 V R T_0 + 12 V R T_0 \ln 3 = 12 V R T_0 (1 + \ln 3)$$

$$Q_{\text{хол}} = |Q_{34}| + |Q_{41}| = 12 V R T_0 + 4 V R T_0 \ln 3 = 4 V R T_0 (3 + \ln 3)$$

$$\eta = \frac{Q_{\text{нагр}} - Q_{\text{хол}}}{Q_{\text{нагр}}} \cdot 100\%$$

$$\eta = \frac{12 V R T_0 (1 + \ln 3) - 4 V R T_0 (3 + \ln 3)}{12 V R T_0 (1 + \ln 3)} \cdot 100\%$$

$$\eta = \frac{1}{3} \frac{V R T_0 (3 + 3 \ln 3 - 3 - \ln 3)}{V R T_0 (1 + \ln 3)} \cdot 100\%$$

$$\eta = \frac{2 \ln 3}{3 (1 + \ln 3)} \cdot 100\% \approx 34,9\%$$

Ответ: 34,9%.

205