

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
9 10 + 5 + 20 + + 20 + 4 = 58	11.03.24.	Соломатин К. В.	

№ 1

$\Gamma_1 = 1,2$

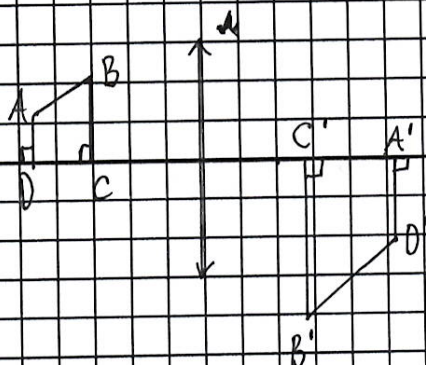
$\Gamma_2 = 4$

$BC = 2AD$

$S_u = ?$

$S = ?$

Решение:



$$1) S = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot 3BC \cdot CD = 1,5 BC \cdot CD,$$

т.к. $BC = 2AD$.

$$2) S_u = \frac{1}{2}(A'D' + B'C') \cdot C'D' = \frac{1}{2}(\Gamma_1 AD + \Gamma_2 BC) \cdot C'D' = \frac{1}{2} \cdot (1,2AD + 1,4BC) \cdot C'D' = \frac{1}{2} \cdot (1,2AD + 1,4 \cdot 2AD) \cdot C'D' = \frac{1}{2} \cdot 9,2AD \cdot C'D'$$

$$3) \frac{C'D'}{CD} = \Gamma_c \cdot \Gamma_D = \Gamma_2 \cdot \Gamma_1 = 7,2 \cdot 4 = 4,8$$

$$C'D' = 4,8 CD$$

$$S_u = \frac{1}{2} \cdot 9,2 AD \cdot 4,8 CD = 22,08 AD \cdot CD$$

Умножив, $\frac{S_u}{S} = \frac{22,08 AD \cdot CD}{1,5 AD \cdot CD} = 14,72$.

Ответ: 14,72.

№ 4

Дано:

$S_1 = S_2 = S$

$x = \frac{1}{3}l$

$R_k = ?$

$R_{AB} = ?$

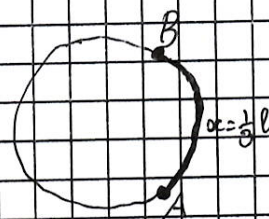
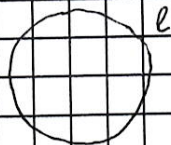
Решение:

1) Площадь:

$$R_k = \frac{l^2}{S}$$

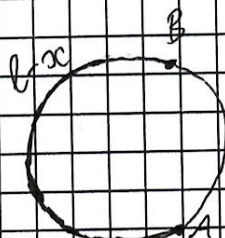
2) Дуга дугиной x :

$$R_k = \frac{\rho x}{S} = \frac{\rho l}{3S}$$

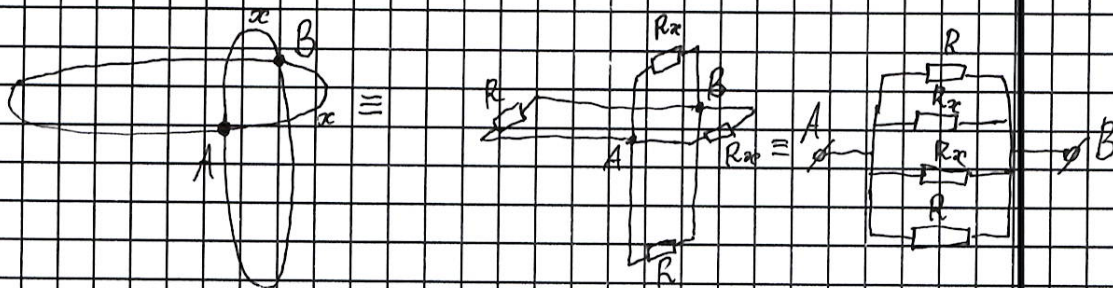


3) Часть кольца без дуги дугиной x :

$$R = \frac{\rho(l-x)}{S} = \frac{\rho(l-\frac{1}{3}l)}{S} = \frac{2\rho l}{3S}$$



№4 (продолжение решения):



$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_x} + \frac{1}{R} = \frac{2}{R} + \frac{2}{R_x} = \frac{2(R_x + R)}{R \cdot R_x} \Rightarrow R_{AB} = \frac{R \cdot R_x}{2(R_x + R)}$$

$$R_{AB} = \frac{\frac{\rho l}{9S} \cdot \frac{2\rho l}{3S}}{2 \cdot \left(\frac{\rho l}{3S} + \frac{2\rho l}{3S} \right)} = \frac{\frac{2\rho^2 l^2}{9S^2}}{2 \cdot \frac{\rho l}{S}} = \frac{2\rho^2 l^2}{9S^2} \cdot \frac{2\rho l}{S} = \frac{2\rho^3 l^3}{9S^3} = \frac{\rho l}{9S}$$

$$4) R_{AB} = \frac{\rho l}{S} \cdot \frac{\rho l}{9S} = \frac{\rho l \cdot 9S}{S \cdot \rho l} = 9$$

Ответ: 9. (20)

№3

Дано:

$$m_1 = 3 \text{ кг}$$

$$m_2 = 4 \text{ кг}$$

$$m_a = 1 \text{ кг}$$

$$n = 20$$

$$\Delta t = 50^\circ \text{C}$$

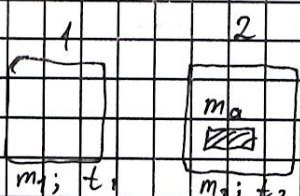
$$t_1 = 10^\circ \text{C}$$

$$C_0 = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{C}}$$

$$C_a = 900 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{C}}$$

$$t_2 = ?$$

Решение:



← сосуды выключены

1) Бurette перемешиваем из 2 в 1:

$$Q_{a1} = -Q_1$$

$$Q_{a1} = C_a m_a (t_{\text{кон}} - t_2)$$

$$Q_1 = C_0 m_1 (t_{\text{кон}} - t_1)$$

$$C_a m_a (t_{\text{кон}} - t_2) = -C_0 m_1 (t_{\text{кон}} - t_1)$$

$$C_a m_a t_{\text{кон}} - C_a m_a t_2 = -C_0 m_1 t_{\text{кон}} + C_0 m_1 t_1$$

$$C_a m_a t_{\text{кон}} + C_0 m_1 t_{\text{кон}} = C_0 m_1 t_1 + C_a m_a t_2$$

$$t_{\text{кон}} = \frac{C_0 m_1 t_1 + C_a m_a t_2}{C_a m_a + C_0 m_1}$$

2) Бurette перемешиваем из 2 в 1:

$$Q_{a2} = -Q_2$$

$$Q_{a2} = C_a m_a (t_{\text{кон}} - t_{\text{кон}1})$$

$$Q_2 = C_0 m_2 (t_{\text{кон}2} - t_2)$$

$$C_a m_a (t_{\text{кон}} - t_{\text{кон}1}) = -C_0 m_2 (t_{\text{кон}2} - t_2)$$

$$C_a m_a t_{\text{кон}} - C_a m_a t_{\text{кон}1} = -C_0 m_2 t_{\text{кон}2} + C_0 m_2 t_2$$

$$C_a m_a t_{\text{кон}} + C_0 m_2 t_{\text{кон}2} = C_0 m_2 t_2 + C_a m_a t_{\text{кон}1}$$

$$t_{\text{кон}2} = \frac{C_0 m_2 t_2 + C_a m_a t_{\text{кон}1}}{C_a m_a + C_0 m_2}$$

№3 (продолжение решения):

3) Разность температур по окончании одного цикла:

$$\Delta t = t_{\text{кон}2} - t_{\text{кон}1} = \frac{C_6 m_2 t_2 + C_6 m_2 t_{\text{кон}1}}{C_6 m_2 + C_6 m_2} - t_{\text{кон}1} = \frac{C_6 m_2 t_2 + C_6 m_2 t_{\text{кон}1} - C_6 m_2 t_{\text{кон}1} - C_6 m_2 t_{\text{кон}1}}{C_6 m_2 + C_6 m_2} =$$

$$= \frac{C_6 m_2 (t_2 - t_{\text{кон}1})}{C_6 m_2 + C_6 m_2}$$

Погрешиваем $t_{\text{кон}1}$:

$$\Delta t = \frac{C_6 m_2 \cdot (t_2 - \frac{C_6 m_1 t_1 + C_6 m_2 t_2}{C_6 m_2 + C_6 m_1})}{C_6 m_2 + C_6 m_2} = \frac{C_6 m_2 \cdot \frac{C_6 m_2 t_2 + C_6 m_1 t_2 - C_6 m_1 t_1 - C_6 m_2 t_2}{C_6 m_2 + C_6 m_1}}{C_6 m_2 + C_6 m_2} =$$

$$= \frac{C_6 m_2 \cdot \frac{C_6 m_1 (t_2 - t_1)}{C_6 m_2 + C_6 m_1}}{(C_6 m_2 + C_6 m_2) \cdot \frac{C_6 m_2 + C_6 m_1}{C_6 m_2 + C_6 m_1}} = \frac{C_6^2 m_1 m_2 (t_2 - t_1)}{(C_6 m_2 + C_6 m_2) (C_6 m_2 + C_6 m_1)}$$

$$\Delta t = \frac{C_6^2 m_1 m_2 (t_2 - t_1)}{(C_6 m_2 + C_6 m_2) (C_6 m_2 + C_6 m_1)} \leftarrow \text{разность температур после первого цикла}$$

4) Разность температур после второго цикла:

$$\Delta t_2 = \frac{C_6^2 m_1 m_2 (t_2 - t_{\text{кон}1})}{(C_6 m_2 + C_6 m_2) (C_6 m_2 + C_6 m_1)} \cdot \Delta t = \frac{C_6^2 m_1 m_2}{(C_6 m_2 + C_6 m_2)^2 (C_6 m_2 + C_6 m_1)} (t_2 - t_1).$$

Значит, разность температур для 20-го цикла составит:

$$\Delta t_{20} = k \cdot (t_2 - t_1), \text{ где } k = \frac{C_6^2 m_1 m_2}{(C_6 m_2 + C_6 m_2)^2 (C_6 m_2 + C_6 m_1)}$$

$$k = \frac{(900 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 1 \text{ кг} + 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 4 \text{ кг}) \cdot (900 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 1 \text{ кг} + 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 3 \text{ кг})}{(4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}})^2 \cdot 12 \text{ м}^2} = \frac{17700 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 13500 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}}{17700 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 13500 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}} =$$

$$\approx 0,886$$

$$k^{20} \approx 0,8865.$$

$$t_2 - t_1 = \frac{\Delta t_{20}}{k}$$

$$t_2 = \frac{\Delta t_{20}}{k} + t_1$$

$$t_2 = \frac{5^\circ\text{C}}{0,8865} + 10^\circ\text{C} \approx 5,627^\circ\text{C} + 10^\circ\text{C} = 66,27^\circ\text{C}$$

(20)

Ответ: $66,27^\circ\text{C}$.

№2

Дано:

$$v_1 = 8 \frac{\text{мм}}{\text{с}}$$

$$v_2 = 10 \frac{\text{мм}}{\text{с}}$$

$$x_0 = 8 \text{ мм}$$

$$y_0 = 10 \text{ мм}$$

$$a = ?$$

Решение:

$$|a_1| = |a_2| = a.$$

Векторы (траектории) взаимно перпендикулярны, значит, ускорения направлены в сторону их пересечения.



$$1) \begin{cases} v_2 t + \frac{a_2 t^2}{2} = y_0 \\ v_1 t + \frac{a_1 t^2}{2} = x_0 - s \end{cases}$$

$$v_2 t - v_1 t = y_0 - x_0 - s$$

$$t(v_2 - v_1) = y_0 - x_0 - s$$

$$t = \frac{y_0 - x_0 - s}{v_2 - v_1}$$

$$2) v_2 t + \frac{a_2 t^2}{2} = y_0 \Rightarrow \frac{a_2 t^2}{2} = y_0 - v_2 t$$

$$a_2 = \frac{2(y_0 - v_2 t)}{t^2}$$

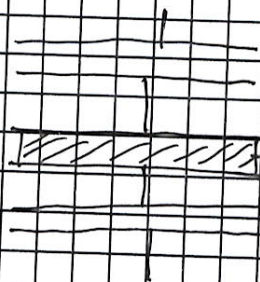
$$a_2 = \frac{2(y_0 - \frac{v_2(y_0 - x_0 - s)}{v_2 - v_1})}{(\frac{y_0 - x_0 - s}{v_2 - v_1})^2} = \frac{2 \cdot (y_0 v_2 - y_0 v_1 - v_2 y_0 + v_2 x_0 + v_2 s)}{(y_0 - x_0 - s)^2} \cdot (v_2 - v_1)^2$$

$$a_2 = \frac{2(v_2 x_0 - v_1 y_0 + v_2 s)(v_2 - v_1)}{(y_0 - x_0 - s)^2} = \frac{2 v_2 s (v_2 - v_1)}{(y_0 - x_0 - s)^2}, \text{ так как } v_2 x_0 - v_1 y_0 = 0$$

$$a_1' = \frac{2 v_2 s (v_2 - v_1)}{(y_0 - x_0 - s)^2}$$

$$a_1' = \frac{2 v_2 s (y_0 - x_0 - s)(y_0 + x_0 - s - 2s)}{(y_0 - x_0 - s)^2} \Rightarrow \text{при условии } a = a_{\text{min.}}$$

№ 4, 5



$$E = \frac{U}{d}; d = \frac{L}{5} = \frac{L}{5}$$