

## Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
14	21.03	Коряковская Е.Е.	И

$$N1 \quad 3^{4046} - 3^{2023} \cdot 5^{1012} + 5^{2024}$$

Пусть  $3^{2023} = X$ , тогда  $3^{4046} = X^2$

$$5^{1012} = y, \text{ тогда } 5^{2024} = y^2$$

$$X^2 - XY + Y^2$$

$$(X^2 - XY + Y^2 + 3XY) - 3XY$$

$$(X^2 + 2XY + Y^2) - 3XY$$

$$(X+Y)^2 - 3XY$$

$$(3^{2023} + 5^{1012})^2 - 3 \cdot 3^{2023} \cdot 5^{1012}$$

$$(3^{2023} + 5^{1012})^2 - 3^{2024} \cdot 5^{1012}$$

$$(3^{2023} + 5^{1012})^2 - (3^{1012} \cdot 5^{506})^2$$

$$(3^{2023} + 5^{1012} - 3^{1012} \cdot 5^{506})(3^{2023} + 5^{1012} + 3^{1012} \cdot 5^{506}) - \text{мы смогли разложить}$$

число на множители, значит оно является составным

N2

+

$$t^4 - 2\sqrt{13} \cdot t^2 + t + 13 - \sqrt{13} = 0$$

Пусть  $X = \sqrt{13}$ , тогда  $13 = X^2$

$$((t^2)^2 - 2Xt^2 + X^2) + t - X = 0$$

$$((t^2 - X)^2 + t^2) + (t^2 + t - X) = 0$$

$$(t^2 - X - t)(t^2 - X + t) + (t^2 - X + t) = 0$$

$$(t^2 - X + t)(t^2 - X - t + 1) = 0$$

$$t^2 - x + t = 0$$

$$t^2 + t = \sqrt{13}$$

$$t^2 - x - t + 1 = 0$$

$$t^2 - t = \sqrt{13} - 1$$

$$t^2 + t - \sqrt{13} = 0$$

$$t^2 + t - \sqrt{13} + 1 = 0$$

$$D = 1 - 4\sqrt{13}$$

$$D = 1 - 3 + 4\sqrt{13} + 1$$

$$t_1 = \frac{-1 - \sqrt{1 + 4\sqrt{13}}}{2}$$

$$t_1 = \frac{1 - \sqrt{-3 + 4\sqrt{13}}}{2}$$

$$t_2 = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4\sqrt{13}}}{2}$$

$$t_2 = \frac{1 + \sqrt{-3 + 4\sqrt{13}}}{2}$$

$$\text{Ombem: } \frac{-1 - \sqrt{1 + 4\sqrt{13}}}{2}, \frac{1 - \sqrt{-3 + 4\sqrt{13}}}{2}$$

$$\forall 4) 0 < a < 1, 0 < b < 1 \quad 2 \quad b^2 + a^2 > b - a$$

$$0 < a + b < 1$$

$$(b-a)(b+a) - (b-a) > 0$$

$$-1 < a + b - 1 < 0$$

$$(b-a)(b+a-1) > 0$$

$$\text{значим: } b - a < 0$$

$$b^3 + a^3 > b - a$$

$$(b-a)(b^2 + ab + a^2) - (b-a) > 0$$

$$\text{лев} \quad (b-a-1) > 0$$

$$(b-a)(b^2 + ab + a^2 - 1) > 0$$

$$\text{прав} \quad b - a - 1 > 0,$$

$$0 < ab < 1$$

$$a^2 + b^2 + ab - 1 < 0$$

$$\Rightarrow$$

$$b - a < 0$$

$$0 < a^2 < 1$$

$$\Rightarrow (b-a)(b^2 + ab + a^2 - 1) > 0, \text{ т.к. удаваемо-}$$

$$0 < b^2 < 1$$

$$\text{пак неравенство } b^2 - a^2 > b - a$$

$$0 < a^2 + b^2 < 1$$

$$x$$

$$0 < a^2 + b^2 + ab < 4$$

$$3$$

$$1+0 < a^2 + b^2 + ab - 1 < 4 - 1 \Rightarrow$$

№3 а - % содержащий золото | б - % содержащий серебро |

$$\frac{a}{100} m_1 + \frac{b}{100} m_2 = \frac{30}{100} (m_1 + m_2)$$

$$\frac{a}{100} m_1 + \frac{20}{100} (m_1 + x) \quad x ? \quad 470 \text{ до } ? \text{ изъятие}$$

$$\frac{a}{100} m_1 + \frac{b}{100} m_2 = \frac{p}{100} (m_1 + m_2 + x) \quad ?$$

$$am_1 = 20(m_1 + x)$$

$$bm_2 = 20(m_1 + x)$$

$$am_1 + bm_2 = k(a+b+x)$$

$$30(m_1 + m_2) = k(a+b+x) \quad m_1 + m_2 = l \quad \text{здесь } k \text{ и } l$$

$$30(m_1 + m_2) = 20(m_1 + m_2 + 2x) \quad m_1 + m_2 = l \quad \text{разность } 0/0.$$

$$p(m_1 + m_2 + x) = 20(m_1 + m_2 + 2x)$$

$$p + px = 20b + 40x$$

$$30l = k(0 + b + x)$$

$$30l = 20 + 2x \quad 10l = 40x \Rightarrow x = l = 4x$$

$$p(0 + b + x) = 20(l + 2x)$$

$$p + px = 20l + 40x$$

$$4px + px = 80x + 40x$$

$$5px = 120x$$

$$p = 120 : 5$$

$$p = 24$$

Ошибки: 24%