

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
54		Корсаков Е.Е.	И
Шифр			

1.

$$f(a, b, c) = (10 + a - b)^2 + (2 + b - c)^2 + (3 + c - a)^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial a} = 2(10 + a - b) \cdot 1 + 0 - 2(3 + c - a) \cdot 1 = 2(10 + a - b) - 2(3 + c - a)$$

$$\frac{\partial f}{\partial b} = -2(10 + a - b) \cdot 1 + 2(2 + b - c) \cdot 1 + 0 = -2(10 + a - b) + 2(2 + b - c)$$

$$\frac{\partial f}{\partial c} = 0 - 2(2 + b - c) \cdot 1 + 2(3 + c - a) \cdot 1 = -2(2 + b - c) + 2(3 + c - a)$$

Приравниваем к нулю:

$$2(10 + a - b) - 2(3 + c - a) = 0$$

$$-2(10 + a - b) + 2(2 + b - c) = 0$$

$$-2(2 + b - c) + 2(3 + c - a) = 0$$

Упрощаем:

$$(10 + a - b) - (3 + c - a) = 0$$

$$-(10 + a - b) + (2 + b - c) = 0$$

$$-(2 + b - c) + (3 + c - a) = 0$$

$$10 + a - b - 3 - c + a = 0$$

$$-10 - a + b + 2 + b - c = 0$$

$$-2 - b + c + 3 + c - a = 0$$

$$10 - 3 + 2a - b - c = 0$$

$$-10 + 2 - a + 2b - c = 0$$

$$-2 + 3 - a - b + 2c = 0$$

$$7 + 2a - b - c = 0 \quad (c = 7 + 2a - b)$$

$$-8 + a + 2b - c = 0$$

$$1 - a - b + 2c = 0$$

$$(10 + a - b)^2 + (2 + b - c)^2 + (3 + c - a)^2 =$$

$$= (10 + (b - 5) - b)^2 + (2 + b - (b - 3))^2 + (3 +$$

$$+ (b - 3) - (b - 5))^2 = (10 - 5)^2 + (2 + 3)^2 +$$

$$+ (3 - 3 + 5)^2 = 5^2 + 5^2 + 5^2 = 25 + 25 + 25 =$$

$$= 75.$$

Ожидается мин?

Ответ: (75)

1	2	3	4	5	Σ
5	4	3	2	1	15

$$1 - a - b + 2(7 + 2a - b) = 0$$

$$1 - a - b + 14 + 4a - 2b = 0$$

$$15 + 3a - 3b = 0$$

$$3a - 3b = -15$$

$$a - b = -5 \quad (a = b - 5)$$

$$7 + 2(b - 5) - b - c = 0$$

$$7 + 2b - 10 - b - c = 0$$

$$-3 + b - c = 0$$

$$b - c = 3 \quad (c = b - 3)$$

2. $f(x) = x^2 + ax + b \rightarrow f(x) = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + b - \frac{a^2}{4}$
 Минимальное значение достигается в $x = -\frac{a}{2}$ и равно: $f\left(-\frac{a}{2}\right) = b - \frac{a^2}{4}$
 $f(x) \geq -\frac{9}{10}$ где все x , то: $b - \frac{a^2}{4} \geq -\frac{9}{10}$

$$b \geq \frac{a^2}{4} - \frac{9}{10}$$

$$b \geq \frac{5a^2}{20} - \frac{9}{10}$$

$$b \geq \frac{5a^2 - 18}{20}$$

$$b \geq \frac{5a^2 - 18}{20}$$

т.к. коэф. a и b по условию целые, то $5a^2 - 18 \geq -20b$, где b - целое.

$$5a^2 - 18:$$

если $a = 0$, $5a^2 - 18 = -18$

если $|a| \geq 2$, то $5a^2 - 18 \geq 5 \cdot 4 - 18 = 2 > 0$

если $|a| = 1$, то $5a^2 - 18 = 5 - 18 = -13$

Если $|a| \geq 2$, то $b \geq \frac{5a^2 - 18}{20} > 0$ Если $|a| = 1$, то $b \geq \frac{-13}{20}$, $b \geq 0$

Если $a = 0$, то $b \geq \frac{-18}{20} = \frac{-9}{10}$, $b \geq 0$

Минимальное значение $f(x) = -\frac{1}{4}$, при $|a| = 1$ и $b = 0$

Ответ: $\left(-\frac{1}{4}\right)$

3. $a_1 = 25$, $a_{2025} = 625$

$$a_{2025} = a_1 + (2025 - 1)d = 25 + 2024d = 625 \quad 2024d = 600 \quad d = \frac{600}{2024} = \frac{300}{1012} = \frac{3}{10,12}$$

$$a_1 = 25 \quad a_2 = 25 + \frac{3}{10,12}, \dots, a_{2025} = 625$$

$$d = 0,3 = \frac{3}{10}, \text{ т.е. } a_1 = 25, a_2 = 25,3, a_3 = 25,6, \dots, a_{2025} = 625$$

$$S = \frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{2024}} + \sqrt{a_{2025}}} \quad a_n = a_1 + (n-1)d = 25 + (n-1) \cdot 0,3$$

Тогда $a_{n+1} = 25 + n \cdot 0,3$ $u_n = \sqrt{a_n + a_{n+1}} - \sqrt{a_n}$

$$v_n = \sqrt{a_n + a_{n+1}} + \sqrt{a_n}$$

$$u_n \cdot v_n = \sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n} = \frac{0,3}{(\sqrt{a_{n+1}} + \sqrt{a_n})} \quad S = \frac{1(\sqrt{a_{2025}} - \sqrt{a_1})}{(\sqrt{a_{2025}} + \sqrt{a_1})} = \frac{(\sqrt{625} - \sqrt{25})}{(\sqrt{25,3} - \sqrt{25})} = \frac{25 - 5}{\sqrt{25,3} - 5} = \frac{20}{(\sqrt{25,3} - 5)} = \frac{20}{0,03} = \frac{2000}{3} \quad \text{Ответ: } (666,6\overline{6})$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

4. По теореме Виета для корней $Q(x)$:

$$k_1 + k_2 + k_3 + k_4 = -1 \quad (\text{коэффициент при } x^3)$$

$$k_1 k_2 + k_1 k_3 + k_1 k_4 + k_2 k_3 + k_2 k_4 + k_3 k_4 = -4 \quad (\text{коэффициент при } x^2)$$

$$k_1 k_2 k_3 + k_1 k_2 k_4 + k_1 k_3 k_4 + k_2 k_3 k_4 = 0 \quad (\text{коэффициент при } x^1)$$

$$k_1 k_2 k_3 k_4 = -1 \quad (\text{свободный член})$$

$$P(k_1) + P(k_2) + P(k_3) + P(k_4) =$$

$$\sum P(k_i) = \sum (k_i^6 + k_i^5 - 4k_i^4 + k_i^3 - k_i + 50)$$

$$\sum k_i^6 = |Q(k)|^6$$

$$\sum P(k_i) = -4 - 1 + 16 - 4 + 1 + 200 = 208$$

Ответ: 208

5.

