

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
230	18.03.25	Басурин	16
Шифр			043103

N2

$$P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 506$$

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$$

$$P(x) = Q(x) \cdot x^2 - x + 506$$

$$Q(x): \text{По Теореме Вюрца: } x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -b = -1$$

$$\begin{aligned} P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) &= Q(x_1) \cdot x_1^2 - x_1 + 506 + Q(x_2) \cdot x_2^2 - x_2 + 506 + \\ &+ Q(x_3) \cdot x_3^2 - x_3 + 506 + Q(x_4) \cdot x_4^2 - x_4 + 506 = 0 \cdot x_1^2 + 0 \cdot x_2^2 + 0 \cdot x_3^2 + \\ &+ 0 \cdot x_4^2 - (x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 2024 = 2024 - (x_1 + x_2 + x_3 + x_4) = \\ &= 2024 - (-1) = 2025. \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } 2025.$$

N3

$$x^2 - 6\sqrt{x^2 + 1} + 11 - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} = 0$$

$$x^2 - 6\sqrt{x^2 + 1} + 11 = \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18};$$

$$\begin{cases} \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} = 1 \Rightarrow \begin{cases} x^2 + \sqrt{2}x - 4 = 0 \\ x^2 - 6\sqrt{x^2 + 1} + 11 = 1. \end{cases} \end{cases}$$

$$x^2 + \sqrt{2}x - 4 = 0.$$

$$D = 2 + 16 = 18.$$

$$x_{1/2} = \frac{-\sqrt{2} \pm 3\sqrt{2}}{2} = \begin{cases} \sqrt{2} \\ -2\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2\sqrt{2}; \sqrt{2} \\ -2\sqrt{2}; 2\sqrt{2} \end{cases} \rightarrow x = -2\sqrt{2}$$

$$x^2 - 6\sqrt{x^2 + 1} + 11 = 1.$$

$$x^2 + 10 = 6\sqrt{x^2 + 1}.$$

$$x^4 + 20x^2 + 100 = 36x^2 + 36.$$

$$x^4 - 16x^2 + 64 = 0.$$

$$(x^2 - 8)^2 = 0.$$

$$x^2 - 8 = 0.$$

$$(x - 2\sqrt{2})(x + 2\sqrt{2}) = 0.$$

$$x_1 = -2\sqrt{2}; x_2 = 2\sqrt{2}$$

$$\text{Ответ: } -2\sqrt{2}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

043103

№1

$$(7+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-a)^2.$$

Сумма квадратов минимальна, когда они равны $\Rightarrow ?$ $7+a-b = 2+b-c = 9+c-a$

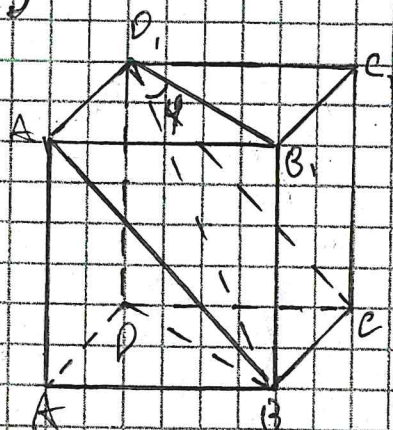
$$\begin{cases} 7+a-b = 2+b-c & a = 2b-5-c \\ 7+a-b = 9+c-a & 2a = 2+b+c \\ 2+b-c = 9+c-a & a = 7-b+2c \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3b-12 = 3c \\ 2c \geq 3b-12 \end{cases}; b \geq c+4, a \geq c+3.$$

$$(7+c+3-c-4)^2 + (2+c+4-c)^2 + (9+c-c-3)^2 = 1^2 + 3^2 + 6^2 = 49.$$

Ответ: 49 = min.

№5



Пусть, $\alpha = (\angle APB) \Rightarrow \angle BPC = (\angle CPD)$ углы не меняются $\Rightarrow \angle \alpha = \text{const.}$

$$\text{Пусть, } \beta = (\angle BPC) \Rightarrow \angle (\alpha, \beta) = \frac{1}{2} \angle BPC = 45^\circ.$$

Ответ: $\alpha \cdot \min = 45^\circ$

№4.

Замечка: $n-1 \geq k$, $x_1^k + x_2^k + \dots + x_{n+1}^k = x_1^k x_2^k \dots x_{n+1}^k$.

$$(x_1 - k)(x_2 - k)(x_3 - k) \dots (x_{n+1} - k) \geq 1.$$

$$\angle k \geq n-1 \Rightarrow (x_1 - n+1)(x_2 - n+1) \dots \geq 1;$$

$$x_1 x_2 x_3 \dots x_{n+1} - n(x_1 x_2 x_3 \dots x_{n+1} + \dots) + 1 \geq 1.$$

50

Курсовая



Открытая региональная
межвузовская олимпиада

Общий балл

Дата

Ф.И.О. Жюри

Подпись

Шифр

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n-1}, x_{n-2}, \dots \Rightarrow \text{и продолжение:}$$

$$\Rightarrow (x_1 + x_2 + \dots + x_n) n \geq 0;$$

$$\begin{aligned} & \text{и } x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n-1}, x_{n-2}, \dots \geq 0 \Rightarrow \\ & \Rightarrow (x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1) \geq 1 \end{aligned}$$

доказано.