Место для скобы

Шифр 09308

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

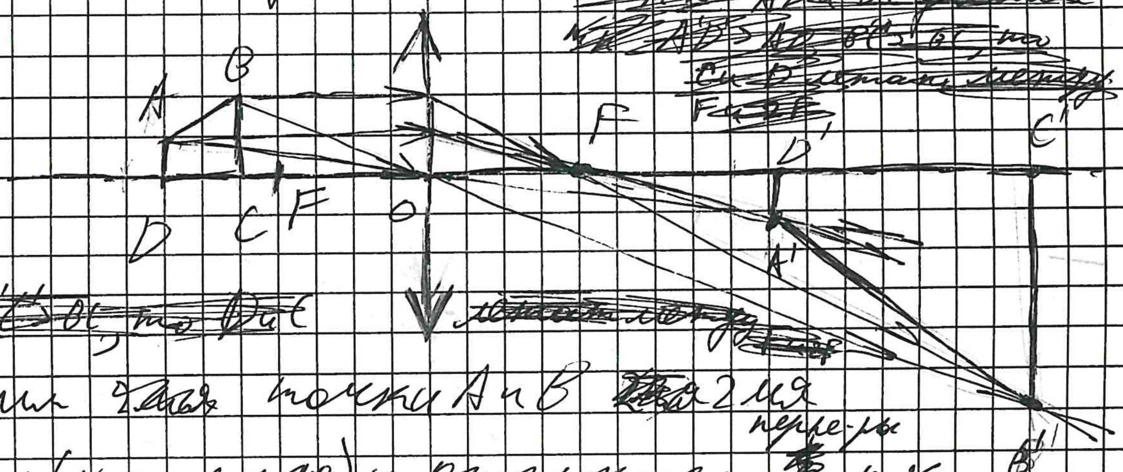
Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
66			[signature]

№1.

Дано:
ABCD-трапеция
$\Gamma_1 = 1,2$; $\Gamma_2 = 4$
$BC = 2AD$
$\frac{S_2}{S_{ABCD}}$ - ?

Решение: т.к. $A'D' > AD$ и $B'C' > BC$ то D и C лежат между F и $2F$.
S_2 – пл-дь изображения.

~~т.к. $A'D' > AD$, $B'C' > BC$, то D и C лежат между F и $2F$~~



~~т.к. $A'D' > AD$, $B'C' > BC$, то D и C лежат между~~

Строим для точки A и B 2-мя лучами (каждую) и опускаем перпен-ры т.к. ⊥ отрезка к глав. опт. оси сохраняется, таким образом получаем трапецию $A'B'C'D'$.

Пусть O-т. опт. $AD = h \Rightarrow BC = 2h$

$DO = d_1$; $OD' = f_1$; $CO = d_2$; $OC' = f_2$

$1,2 = \Gamma_1 = \frac{A'D'}{AD} = \frac{f_1}{d_1} \Rightarrow A'D' = 1,2AD = 1,2h$; $f_1 = 1,2d_1$

$4 = \Gamma_2 = \frac{B'C'}{BC} = \frac{f_2}{d_2} \Rightarrow B'C' = 4BC = 8h$; $f_2 = 4d_2$

Запишем ур-ие тонкой линзы:

$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$, где F - фокусное расстояние линзы

Место для скобы

Шифр 09308

№1 (продолжение)

$$\frac{1}{F}=\frac{1}{d_1}+\frac{1}{f_1}=\frac{1}{d_1}+\frac{1}{1{,}2d_1}=\frac{2{,}2}{1{,}2\,d_1}\Rightarrow F=\frac{1{,}2\,d_1}{2{,}2}$$

$$\frac{1}{F}=\frac{1}{d_2}+\frac{1}{f_2}=\frac{1}{d_2}+\frac{1}{4d_2}=\frac{5}{4d_2}\Rightarrow F=\frac{4}{5}d_2$$

$$\frac{1{,}2}{2{,}2}d_1=\frac{4}{5}d_2\Rightarrow d_1=\frac{2{,}2\cdot4}{1{,}2\cdot5}d_2=\frac{22}{15}d_2$$

$$S_{ABCD}=\frac{(AD+BC)}{2}\cdot CD=\frac{h+2h}{2}(d_1-d_2)=$$

$$=\frac{3h}{2}\cdot\left(\frac{22}{15}d_2-d_2\right)=\frac{3}{2}h\cdot\frac{7}{15}d_2=\frac{7}{10}d_2\,h$$

$$S_2=\frac{(A'D'+B'C')}{2}\cdot C'D'=\frac{1{,}2h+8h}{2}(f_2-f_1)=$$

$$=\frac{9{,}2}{2}h(4d_2-1{,}2d_1)=\frac{9{,}2}{2}h\left(4d_2-\frac{1{,}2\cdot22}{15}d_2\right)=$$

$$=\frac{9{,}2}{2}h\cdot2{,}24\,d_2=\frac{1288}{125}hd_2$$

$$\frac{S_2}{S_1}=\frac{\frac{1288}{125}hd_2}{\frac{7}{10}h\,d_2}=14{,}72$$

Ответ: 14,72.

20

Место для скобы

Шифр 09308

№2

Дано:

$v_1 = 8$ миль/час

$v_2 = 10$ миль/час

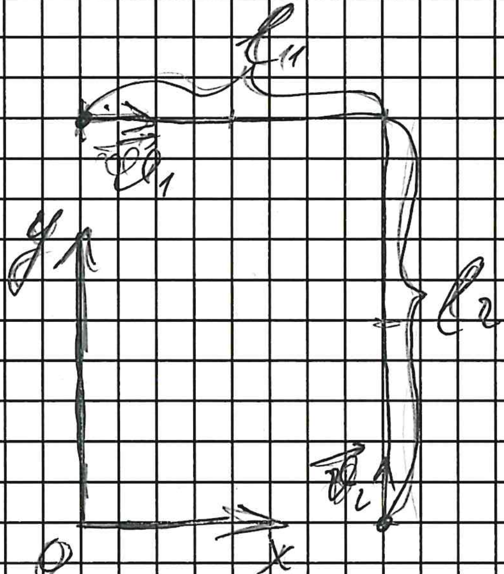
$l_1 = 8$ миль

$l_2 = 10$ миль.

$\Delta l_{min} \geq 1$ миля

$a - ?$

Решение:



Запишем ур-ие поступ. движ.:

$OX: \quad l_1 - \Delta l = v_1 t + \frac{at^2}{2}$

$Oy: \quad l_2 = v_2 t + \frac{at^2}{2}$

Т.к. по условию нужно рассмотреть крайний случай $\Rightarrow$ $\Delta l = 1$ миля

$l_1 - \Delta l = v_1 t + \frac{at^2}{2}$ (1)

$l_2 = v_2 t + \frac{at^2}{2}$ (2)

(2) $-$ (1): $l_2 - l_1 + \Delta l = v_2 t - v_1 t + \frac{at^2}{2} - \frac{at^2}{2} \Rightarrow$

$t = \dfrac{l_2 - l_1 + \Delta l}{v_2 - v_1}$ (3)

подставим (3) в (2):

$$l_2 = v_2 \left(\frac{l_2 - l_1 + \Delta l}{v_2 - v_1}\right) + \frac{a}{2}\left(\frac{l_2 - l_1 + \Delta l}{v_2 - v_1}\right)^2$$

Место для скобы

Шифр 09308

№2 (продолжение).

$$\frac{a}{2}\left(\frac{l_2-l_1+\Delta l}{v_2-v_1}\right)^2 = l_2 - v_2\frac{l_2-l_1+\Delta l}{v_2-v_1}$$

$$a = \frac{2\left(l_2 - v_2\frac{l_2-l_1+\Delta l}{v_2-v_1}\right)(v_2-v_1)^2}{(l_2-l_1+\Delta l)^2} =$$

$$= \frac{2\left(10-10\frac{10-8+1}{10-8}\right)(10-8)^2}{(10-8+1)^2} =$$

$= -4{,}44$ миль/час^2.

Ответ: $-4{,}44$ миль/час^2. −10б

№4.

Дано:

$r_1=r_2=r$

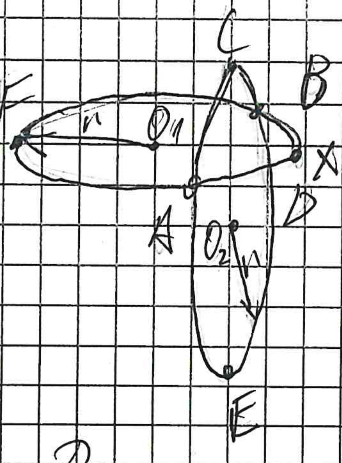
$S_1=S_2=S$

$\rho_{уд_1}=\rho_{уд_2}=\rho_{уд}$

$X=\frac{1}{3}2\pi r$

$\frac{R_{кольца}}{R_{AB}}$ — ?

Решение:



Введем точ. F, C, D и E для обозначения дуг, и точки O_1, O_2 для обозначения центров колец.

Рассмотрим $\triangle O_1AB$ и $\triangle O_2AB$.

$\left.\begin{array}{l} O_1A=O_1B=O_2A=O_2B=r \\ AB=AB \end{array}\right\} \Rightarrow$

~~по т~~

$\triangle O_1AB = \triangle O_2AB \Rightarrow \angle AO_1B = \angle AO_2B \Rightarrow$

дуги ~~ABD = ACB~~ $\overset{\frown}{ADB} = \overset{\frown}{ACB} \Rightarrow$

$\overset{\frown}{AFB} = \overset{\frown}{AEB}$

Место для скобы

Шифр

№ 4 (продолжение).

~~когда~~ ф-ла сопротивления ~~прям~~ проводника: $R = \frac{\rho_{уд}\, l}{S}$ $l_{кольца} = 2\pi r$.

$R_{кольца} = \frac{\rho_{уд}\, 2\pi r}{S}$

$R_{\breve{x}} = R_{A\breve{C}B} = R_{A\breve{D}B} = \frac{\rho_{уд} \frac{2\pi r}{3}}{S} = \frac{1}{3} R_{кольца}$

$R_{A\breve{F}B} = R_{A\breve{E}D} = \frac{\rho_{уд} \frac{2 \cdot 2\pi r}{3}}{S} = \frac{2}{3} R_{кольца}.$

Пусть $R_{кольца} = R_0 \Rightarrow$

$R_{A\breve{C}B} = R_{A\breve{D}B} = \frac{1}{3} R_0$; $R_{A\breve{F}B} = R_{A\breve{E}D} = \frac{2}{3} R_0$.

все $R_{A\breve{C}B}$, $R_{A\breve{D}B}$, $R_{A\breve{F}B}$, $R_{A\breve{E}D}$ подключены

||; ~~удалим~~ ~~без~~ тогда найдём

R_{AB} ~~R~~ по ф-ле:

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_{A\breve{C}B}} + \frac{1}{R_{A\breve{D}B}} + \frac{1}{R_{A\breve{F}B}} + \frac{1}{R_{A\breve{E}D}} =$$

$$= \frac{1}{\frac{R_0}{3}} + \frac{1}{\frac{R_0}{3}} + \frac{1}{\frac{2R_0}{3}} + \frac{1}{\frac{2R_0}{3}} = \frac{6}{R_0} + \frac{6}{2R_0} = \frac{9}{R_0} \Rightarrow$$

R_{AB} ~~R~~ $= \frac{R_0}{9}$, тогда

$$\cancel{\frac{R_{AB}}{R_{кольца}}} = \frac{R_{кольца}}{R_{AB}} = \frac{R_0}{\frac{R_0}{9}} = 9$$

Ответ: меньше в 9 раз.

Место для скобы

Шифр

№ 3

Дано:

$m_1 = 3$ кг
$m_2 = 4$ кг
$m = 1$ кг
$n = 20$.
$\Delta t = 5^\circ C$.
$T_1 = 10^\circ C$
$c_В = 4200 \frac{Дж}{кг\,C}$
$c_ч = 400 \frac{Дж}{кг\,C}$

$T_2 - ?$

Решение:

~~За~~ t температура шарик изначально равно T_2.

Св запишем ур-ие теп баланса:

1: ~~уре~~ $c_В m_1 (T_3 - T_{о1}) = c m (T_2 - T_3)$.

2: ~~$c_В m_2 (T_4 - T_2) = c m (T_4 - T_3)$~~

$c_В m_2 (T_2 - T_4) = c m (T_4 - T_2)$

(данная расстановка T объясняется тем что ~~в~~ воду в 1ом сосуде ~~охлаждаем, а во~~ нагреваем, а во 2ом охлаждаем $\Rightarrow$ $T_{2k+1} > T_{2k-1}$, $T_{2k} < T_{2(k-1)}$, где $k \in N$.

№6.

Дано:

$S = L^2$

$L = 10$ см.

$H = 1$ см.

$d = 2$ мм.

$\varepsilon = 4$

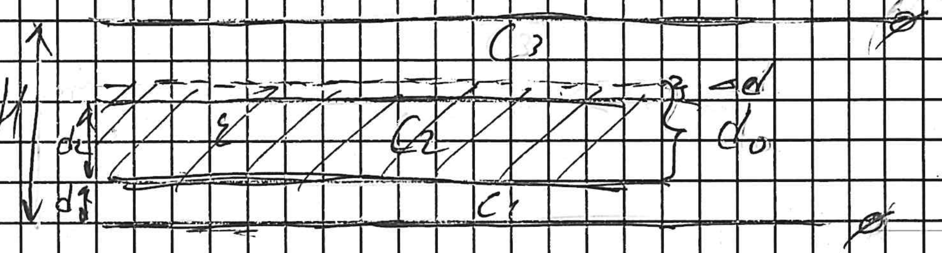
$U = 400$ кВ.

$V = 25$ см^3

$E = 20$ кВ/м

$d_2 - ?$

Решение:



$H = 0{,}01$ м; $d = 0{,}002$ м; $U = 400 \cdot 10^3$ В.

$V = 25 \cdot 10^{-6}$ м^3 $E = 20 \cdot 10^6$ В/м. $L = 0{,}1$ м

$$\Delta d = \frac{V}{S} = \frac{V}{L^2} = \frac{25 \cdot 10^{-6}}{0{,}1^2} = 2{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 2{,}5 \text{ мм}.$$

$d_0 = d_2 + \Delta d.$

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{d_1};\ C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d_0};\ C_3 = \frac{\varepsilon_0 S}{H - d_1 - d_0}$$

$$E = \frac{U}{d_0};$$

Конденсаторы подключены последовательно =>

$$\frac{1}{C_0} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{C_2 C_3 + C_1 C_3 + C_1 C_2}{C_1 C_2 C_3} \Rightarrow C_0 = \frac{C_1 C_2 C_3}{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_1 C_3} =$$

$$= \frac{\varepsilon_0^3 S^3 \varepsilon}{\varepsilon_0^2 S^2 (d_1 d_0 (H - d_1 - d_0)) \left(\frac{1}{d_1 d_0} + \frac{1}{d_0 (H - d_1 - d_0)} + \frac{1}{d_1 (H - d_1 - d_0)} \right)} =$$

$$= \frac{\varepsilon_0 S \varepsilon}{\ }$$