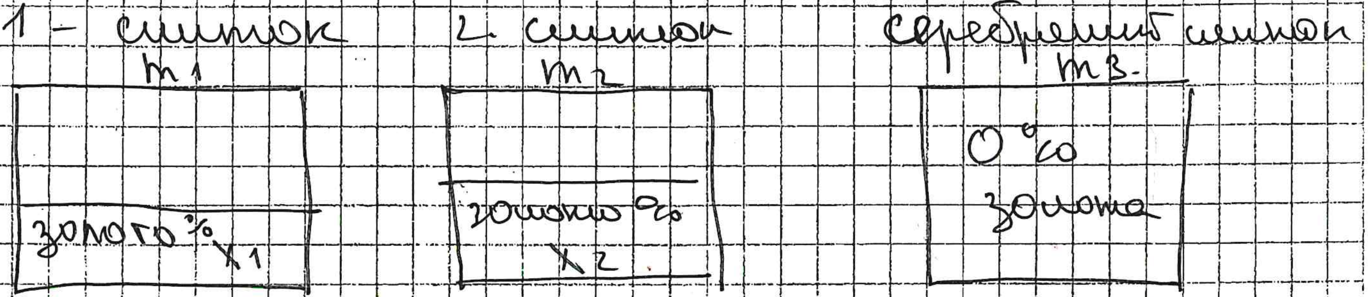
Шифр 08961

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
15	20.03.24	Хмылёва Т.Е	[signature]

Задача 3 Пусть x_1 – концентрация золота в слитке 1, а m_1 – его масса, тогда x_2 – концентрация во 2 слитке, а m_2 – его масса; концентрация золота в серебряном слитке = 0%, а его масса m_3



Из условия:

$$\begin{cases} x_1 \cdot m_1 + x_2 \cdot m_2 = 30(m_1+m_2) & (1) \\ x_1 m_1 = (m_1+m_3)\cdot 20 & (2) \\ x_2 m_2 = (m_2+m_3)\cdot 20 & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1)\quad x_1 m_1 + x_2 m_2 = 30 m_1 + m_2 \\ \begin{matrix}(2)\\(3)\end{matrix} \begin{cases} x_1 m_1 = (m_1+m_3)\cdot 20 \\ x_2 m_2 = (m_2+m_3)\cdot 20 \end{cases} \Big| + \Rightarrow x_1 m_1 + x_2 m_2 = 20(m_1+m_3) + (m_2+m_3) \quad (4) \end{cases}$$

$$20m_1 + 20m_3 + 20m_2 + 20m_3 = 30m_1 + 30m_2$$

$$40m_3 = 10(m_1+m_2)$$

$$(4): \underbrace{x_1 m_1 + x_2 m_2}_{\text{сплав трех сплавов}} = 40m_3 + 20(m_1+m_2) = 120m_3$$

$$x_1 m_1 + x_2 m_2 = x(m_1+m_2+m_3); \quad 120 m_3 = x \cdot 5 m_3$$

$x = 24\%$

Ответ: 24%

7б

место для скобы

Шифр 08961

Задание №4

$b^3-a^3>b-a$; $\cancel{(b-a)}(b^2+ab+a^2)>\cancel{b-a}$;

• $b^2+ab+a^2>1$ при $b-a>0$ или • $b^2+ab+a^2<1$ при $b-a<0$

Найдем возможные значение

$0<b^2+ab+a^2<\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2$

$0<b^2+ab+a^2<\frac{3}{4}$

Значит, что $b^2+ab+a^2>1$ неверно. Следовательно неверно и неравенство, что $b-a>0$. Верным остается неравенство, что $b^2+ab+a^2<1$ и неравенство $b-a<0$

Докажем что $b-a<0$. Нам дано, что $b^2-a^2>b-a$; $(b-a)(b+a)>b-a$;

• $b+a>1$ при $b-a>0$

• $b+a<1$ при $b-a<0$

Найдем возможные значения

$0<b+a<1$. Из этого следует то, что $b+a>1$ неверно и неверно $b-a>0$. Следовательно верно, что $b+a<1$ и $b-a<0$

Для обоих, полученных нами неравенств верно то, что $b-a<0$. Следовательно при данных условиях они выполнимы.

ЧТД

Задача № 2

$t^4 - 2\sqrt{13}\cdot t^2 + t + 13 - \sqrt{13} = 0$

$(t^2 - \sqrt{13})^2 + t - \sqrt{13} = 0$

$(t^2 - \sqrt{13})^2 = \sqrt{13} - t$

$\sqrt{13} - t \ge 0$

$t \le \sqrt{13}$ – максимальное значение

$\cancel{(t^2 - \sqrt{13})^2 \ge 0}$

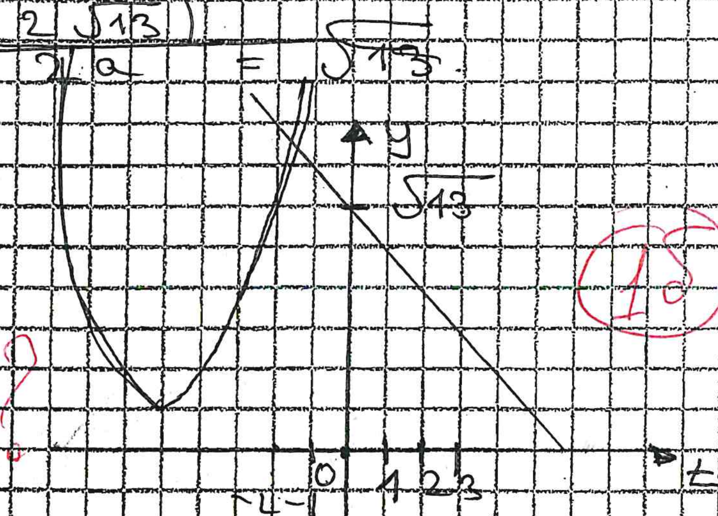
$\cancel{(t^2 - \sqrt{13})(t + \sqrt{\sqrt{13}}) + t - \sqrt{13} = 0}$

$t^4 - 2\sqrt{13} + 13 \ge 0$

$y_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-2\sqrt{13})}{2a} = \sqrt{13}$

$\begin{cases} y = \sqrt{13} - t \\ y = (t^2 - \sqrt{13})^2 \end{cases}$

пересекутся в двух точках.



1б

~~[illegible]~~

Задача № 1

$3^{4046} - 3^{2023}\cdot 5^{1012} + 5^{2024}$. Пусть $x = 1012$, тогда

$3^{4x-2} - 3^{2x-1}\cdot 5^x + 5^{2x}$.

$\frac{1}{9}\,81^x - \frac{1}{3}\,9^x\cdot 5^x + 25^x$; $\frac{1}{9}\,81^x - \frac{2}{3}\,9^x\cdot 5^x + 25^x + \frac{1}{3}\,9^x\cdot 5^x$

$\left(\frac{1}{3}\cdot 9^x - 5x\right)^2 + \frac{1}{3}\,9^x\,5^x = \frac{1}{3}\cdot 9^x\left(\left(1 - \frac{3\cdot 5^x}{9^x}\right)\left(\frac{1}{3}\,9^x - 5^x\right) - 5x\right)$

Составное число делится на числа, отличные от себя и единицы (не только на них).

Шифр 08961

Также доказать, что число

$3^{4046}-3^{2023}\cdot 5^{1011}+5^{2024}$ можно проверив

делится ли оно на простые числа

(2, 3, 5, 7...). Представим число в виде

$\frac{1}{9}\cdot 81^{x}-9^{x}\cdot\frac{1}{3}\cdot 5^{x}+25^{x}$

Пусть $x=z+1$, тогда

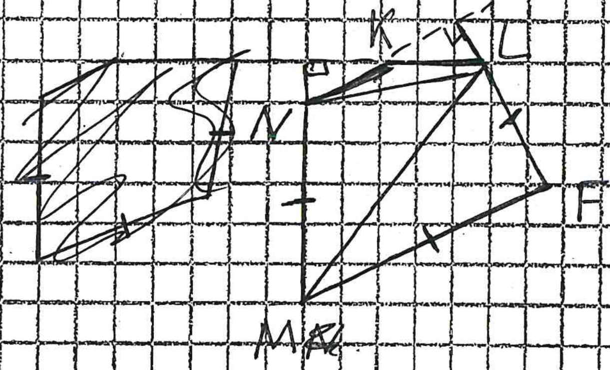
$9\cdot 81^{z}-15\cdot 45^{z}+25\cdot 25^{z}$. Рассмотрим

делимость числа на 3.

?

Задача №5

Дано:



MNKLF - выпуклый пятиугольник

$MN \perp KL$

$LF \perp NK$

$MN = MF = FL = 1$ см

?

6