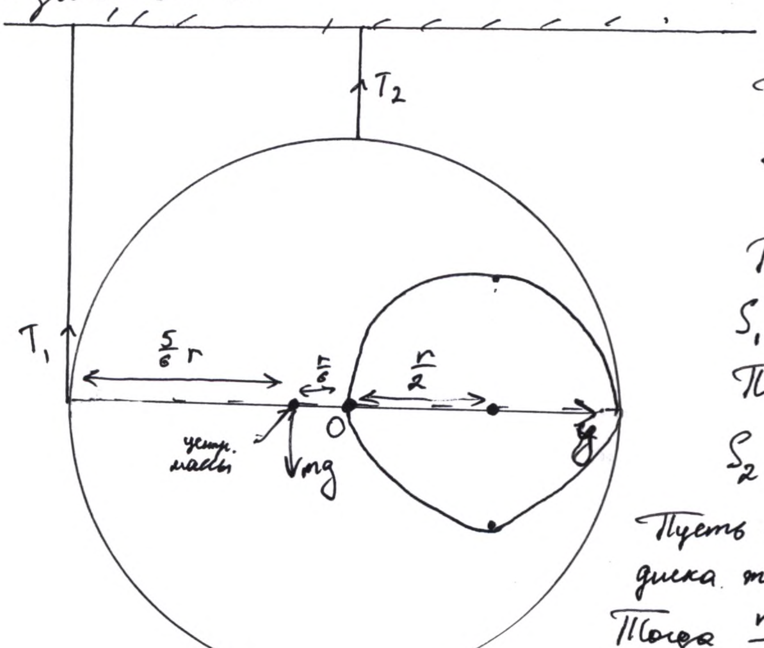
Место для скобы

Шифр Ф-75

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
62б Шестьдесят два балла	17.03.24	Потылицова Е.И.	[signature]

Задача №1



Представим конструкцию в виде ~~а~~ полного диска теста ~~плотность~~ и пустого отверстия

Площадь полного диска теста S_1:

$S_1 = \pi r^2$

Площадь пустого отверстия S_2:

$S_2 = \frac{\pi r^2}{4}$ 2

Пусть m_1 - масса полного диска, m_2 - масса диска теста площадью S_2.

Тогда $\frac{m_1}{m_2} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi r^2}{\frac{\pi r^2}{4}} = 4$ 2

Введем горизонтальную ось y, как показано на рисунке.

Точка O - центр конструкции, тогда центр пустого отверстия на расстоянии $\frac{r}{2}$ от точки O.

Масса конструкции равна $m_1 - m_2 = 3m_2$

x - расстояние от центра масс до точки O

Тогда

$3m_2 x = -m_2 \cdot \frac{r}{2}$ (знак „-" т.к. мы убираем лист теста площадью S_2)

Здесь есть ещё силы T_1 и T_2

$x = -\frac{r}{6}$. Значит центр массы будет находиться на расстоянии $\frac{r}{6}$ от центра диска

Т.к. конструкция в равновесии, то $\vec{T_1} + \vec{T_2} = m\vec{g}$

Из равенства моментов: $T_2 \cdot \frac{r}{6} = T_1 \cdot \frac{5r}{6} \Rightarrow T_2 = 5T_1$

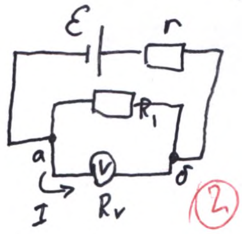
в уравнении моментов учитываются все силы и указывается отн-но какой оси рассматриваем

Откуда $6T_1 = mg \Rightarrow \underline{T_1 = \frac{mg}{6}} \Rightarrow \underline{T_2 = \frac{5}{6}mg}$

4б.

Задача №2

Нарисуем схему 1 опыта, заменив батарею на резистор сопротивлен[ия] r и идеальную батарею без сопротивления.



(2)

Общее сопротивление цепи равно $\frac{R_1 R_V}{R_1+R_V}+r$

Ток в цепи равен $\frac{\mathcal{E}}{\frac{R_1 R_V}{R_1+R_V}+r}$ (по закону Ома) (2)

Пусть через вольтметр течёт ток I

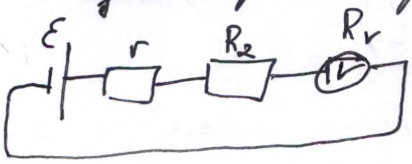
Тогда через резистор течёт ток $\frac{\mathcal{E}}{\frac{R_1 R_V}{R_1+R_V}+r}-I$

Из равенства напряжений

$$R_V I = R_1\left(\frac{\mathcal{E}}{\frac{R_1 R_V}{R_1+R_V}+r}-I\right) \Rightarrow \frac{\mathcal{E}}{\frac{R_1 R_V}{R_1+R_V}+r}\cdot R_1 = I(R_V+R_1) \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E} R_1}{R_1 R_V + r(R_1+R_V)}$$ (2)

Тогда показания вольтметра $U_1 = I R_V = \frac{\mathcal{E} R_1 R_V}{R_1 R_V + r(R_1+R_V)}$

Нарисуем схему 2 опыта, заменив батарею на резистор сопротивлен[ия] r и идеальную батарею.



Общее сопротивление равно $r+R_2+R_V$

Ток в цепи равен $\frac{\mathcal{E}}{r+R_2+R_V}$ (3)

Этому же значению равен ток, протекающий через вольтметр

Показания вольтметра $U_2 = \frac{\mathcal{E}\cdot R_V}{r+R_2+R_V}$ (3)

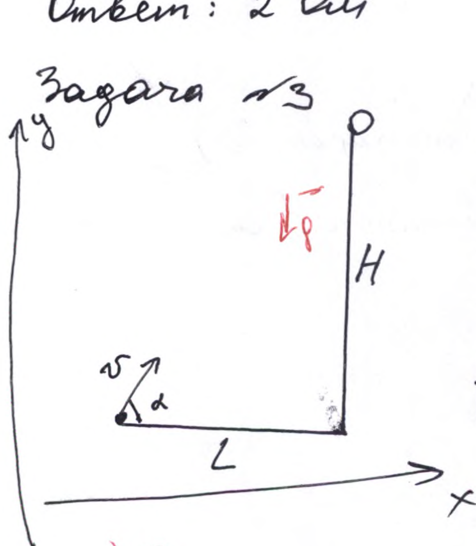
$$U_1 = U_2 \Rightarrow \frac{\mathcal{E} R_1 R_V}{R_1 R_V + r(R_1+R_V)} = \frac{\mathcal{E} R_V}{r+R_2+R_V} \Rightarrow \frac{R_1}{R_1 R_V + r(R_1+R_V)} = \frac{1}{r+R_2+R_V} \Rightarrow R_1 R_V + r(R_1+R_V) = R_1(r+R_2+R_V)$$

$$\Rightarrow R_1 R_V + r(R_1+R_V) = r R_1 + R_1(R_2+R_V) \Rightarrow r R_V = R_1 R_2 \Rightarrow r = \frac{R_1 R_2}{R_V} = \frac{1000\ Ом \cdot 2000\ Ом}{1000000\ Ом} = 2\ Ом$$ (6) (3)

Ответ: 2 Ом

20Б

Задача №3



Введём горизонтальную ось x и вертикальную ось y

Проекция v на ось x — $v\cos\alpha$

Проекция v на ось y — $v\sin\alpha$

Из условия задачи нам необходимо, чтобы выполнялись 2 уравнения:

$$\begin{cases} v\cos\alpha\, t = L & \Rightarrow \cos\alpha = \frac{L}{t\cdot v} \\ v\sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2} = H & \Rightarrow v\sqrt{1-\cos^2\alpha}\, t - \frac{gt^2}{2} = H \end{cases}$$ (6)

Место для скобы

Шифр Ф-75

$$v\sqrt{1-\cos^2\alpha}\cdot t-\frac{gt^2}{2}=H \Rightarrow t\sqrt{v^2-\frac{L^2}{t^2}}-\frac{gt^2}{2}=H$$

Для простоты решения подставим известные нам значения и примем $g\approx 10\,\frac{м}{с^2}$

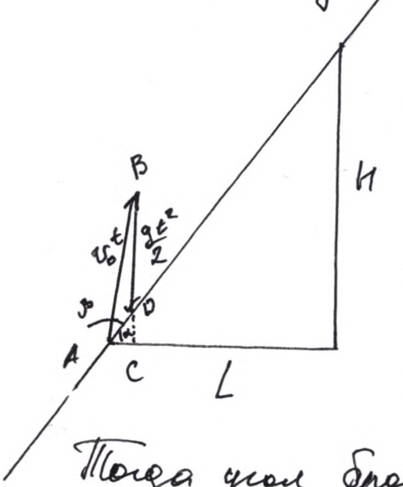
$$1{,}2\,с\cdot\sqrt{v^2-\frac{9\,м^2}{1{,}44\,с^2}}-\frac{10\,\frac{м}{с^2}\cdot 1{,}44\,с^2}{2}=4\,м$$

$$\sqrt{v^2-\frac{9}{1{,}44}}=\frac{11{,}2}{1{,}2}$$

$$v^2=\frac{134{,}44}{1{,}44}$$

$$v\approx 9{,}67\,\frac{м}{с}$$ (4)

Изобразим ~~векто~~ векторами перемещение тела, если оно кинуто со скоростью $v_0<v$. Оно гарантировано не долетит до мишени, а значит, чтобы расстояние до мишени было минимально, нужно чтобы в момент взрыва тело находилось на прямой, соединяющей катапульту и мишень.



Пусть $\angle DAC=\alpha \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha=\frac{H}{L}$

Пусть $\angle BAD=\beta$

$\angle ADC=90-\alpha$

$\angle ADB=180-\angle ADC=90+\alpha$

По т. синусов для $\triangle ABD$

$$\frac{v_0 t}{\sin(90+\alpha)}=\frac{\frac{gt^2}{2}}{\sin\beta}\Rightarrow\frac{v_0}{\sin(90+\alpha)}=\frac{gt}{2\sin\beta}\Rightarrow\sin\beta=\frac{gt\sin(90+\alpha)}{2v_0}$$ (2)

Тогда угол броска $\alpha+\beta$ равен $\operatorname{arctg}\left(\frac{H}{L}\right)+\arcsin\left(\frac{gt\sin\left(90+\operatorname{arctg}\left(\frac{H}{L}\right)\right)}{2v_0}\right)$

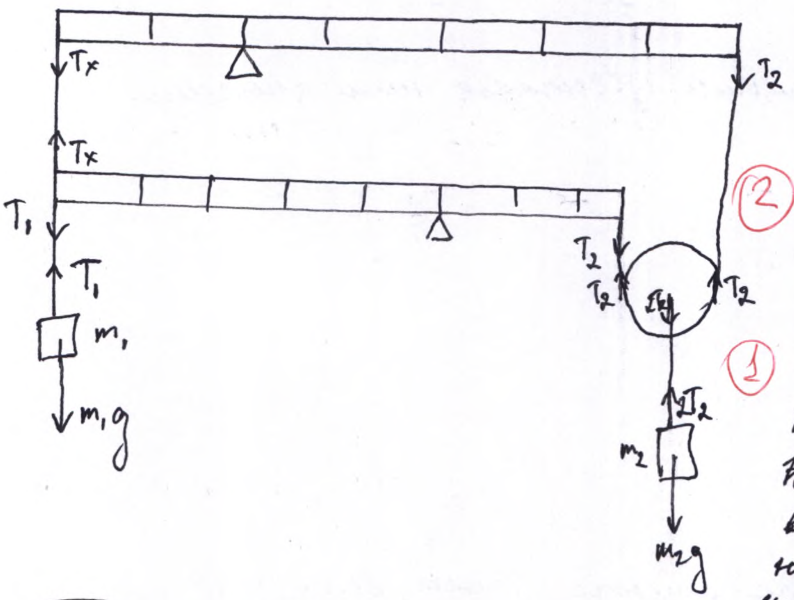
Если подставить значения $\alpha+\beta=\operatorname{arctg}\left(\frac{4}{3}\right)+\arcsin\left(\frac{12\sin\left(90+\operatorname{arctg}\left(\frac{4}{3}\right)\right)}{2v_0}\right)$

И это значение зависит от начальной скорости броска $v_0<v$

Решение не доведено до конца

12,5

Задача №4



Натяжение нити, на которой висит 2 груз равно $m_2 g$, т.к. система в равновесии. Пусть она равна $2T_2$ $(2T_2 = m_2 g)$

2 На блок действует сила $2T_2$ вниз и две силы натяжения нити, на которой висит блок. Т.к. блок в равновесии, 1 то сила натяжения этой нити равна T_2

~~Натяжен~~ Разделим нить на которой висит 1 блок на 2 участка. Так как нить прикреплена к двум рычагам, силы натяжения могут отличаться.

Пусть сила T_1 - сила натяжения одного участка, а T_x - второго.

Из равновесия системы $T_1 = m_1 g$

Запишем правило моментов для рычагов:

Для верхнего: $2T_x = 5T_2$ 3 $\Rightarrow T_x = 2,5T_2$

Для нижнего: $5(T_1 - T_x) = 3T_2$ 3

Тогда $5(T_1 - 2,5T_2) = 3T_2 \Rightarrow 5T_1 = 15,5T_2 \Rightarrow T_1 = 3,1T_2$ Нет части нужных пояснений

Так как $T_1 = m_1 g$, а $T_2 = \frac{m_2 g}{2}$, то $m_1 g = \frac{3,1}{2} \cdot m_2 g \Rightarrow m_1 = 1,55 m_2$ 4

13.5 -

Задача №5

Объём сосуда $V_c = S \cdot h = 500$ см³

Кол-во тепла, необходимое, чтобы расплавить лёд $Q_{пл} = c_л \cdot m \cdot t_1 + \lambda m = \cancel{52850}$ 51075 Дж

Масса воды, которая при остывании на 15°C даёт кол-во тепла $Q_{пл}$

$m_В = \frac{Q_{пл}}{c_в \cdot t_2} \approx 0,81$ кг 3

Объём воды, равный по массе $m_В$ $V_В = \frac{m_В}{\rho_В} \approx 8$ см³ (810), что больше, чем V_c, а значит вода перельётся. Значит в конце опыта в стакане должен остаться лёд

Место для скобы

Шифр Ф-75

Пусть ΔV льда растаяло

Освободившийся объём равен $V_п = \Delta V(1-\frac{\rho_л}{\rho_в})$ (его в стакане заполнит вода)

Изначальный объём льда равен $V_л = \frac{m}{\rho_л} \approx 166,67$ см^3 (2)

Пусть мы добавили V воды в стакан таким образом, что он стал полон.

Т.к. лёд останется, то она остудится до 0°C, а лёд нагреется до 0°C и расплавится.

Мы можем составить уравнение

$\cancel{(V+V_п)}$ $V \cdot \rho_в \cdot c_в \cdot t_2 = c_л \cdot m \cdot t_1 + \lambda \cdot \Delta V \cdot \rho_л$ $\Rightarrow V = \frac{c_л \cdot m \cdot t_1 + \lambda \cdot \Delta V \rho_л}{\rho_в \cdot c_в \cdot t_2}$

Причём $V = V_п + (V_c - V_л) = \Delta V(1-\frac{\rho_л}{\rho_в}) + V_c - V_л$

Подставим значение V

$(\Delta V(1-\frac{\rho_л}{\rho_в}) + V_c - V_л) \cdot \rho_в \cdot c_в \cdot t_2 = c_л \cdot m \cdot t_1 + \lambda \cdot \Delta V \cdot \rho_л$ (5)

Найдём отсюда ΔV

$$\Delta V = \frac{c_л \cdot m \cdot t_1 - V_c \cdot \rho_в \cdot c_в \cdot t_2 + \frac{m \cdot \rho_в \cdot c_в \cdot t_2}{\rho_л}}{(1-\frac{\rho_л}{\rho_в}) \cdot \rho_в \cdot c_в \cdot t_2 - \lambda \cdot \rho_л}$$

Подставив данное значение в эту формулу, получим (3)

$$V = \frac{c_л \cdot m \cdot t_1 + \lambda \cdot \frac{c_л \cdot m \cdot t_1 - V_c \cdot \rho_в \cdot c_в \cdot t_2 + \frac{m \cdot \rho_в \cdot c_в \cdot t_2}{\rho_л}}{(1-\frac{\rho_л}{\rho_в}) \cdot \rho_в \cdot c_в \cdot t_2 - \lambda \cdot \rho_л} \cdot \rho_л}{\rho_в \cdot c_в \cdot t_2} \approx 350 \text{ см}^3$$

~~$= \frac{1000}{3}$ см^3~~

А где вычисления?

13б