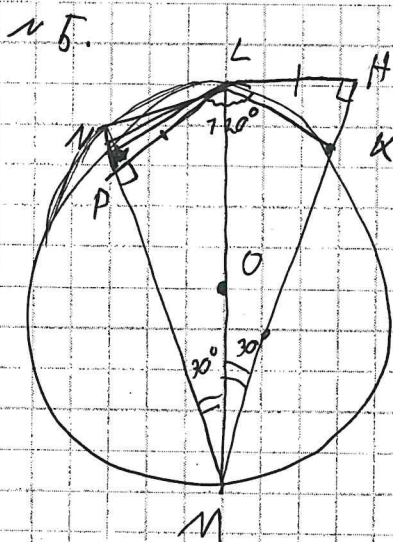


Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
16		Корешков	М
Шифр			142004



Дано:

Впис. 4-уголь. окр. с ц. в м. О,
N, K, L — пересечения дуг-ов
и сторон $\angle - \alpha$ с окр.-то.
 $S_{MNKL} = 81$, $\angle LMN = 30^\circ$

$MN + MK = ?$

Решение:

Пусть LP и LH — перп.-ны к MN и MK соотв.-но.
III. $L \in$ дуг. $\angle - \alpha$ и $\Rightarrow$ равноуд. от сторон $\angle - \alpha$,
значит $\angle LH = \angle LP$.

$\triangle LHK$ и $\triangle NPL$:

Они равны по гип. и катету.

$\triangle MPL$ и $\triangle MHL$:

Они равны по катету и гип.

$MN = MK = MP + PN + MK = MP + KH + MK = MP + MH = 2MP$.

$S_{MNKL} = S_{MPL} + S_{MHL} = 81 = MP \cdot PL = MP^2 \cdot \tan 30^\circ = \frac{MP^2}{\sqrt{3}} \Rightarrow$

$\Rightarrow MP = 9\sqrt{3}$.

$MN + MK = 2MP = 18\sqrt{3}$

Ответ: $18\sqrt{3}$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

№ 1.

~~Е(а, в, с)~~

$$(10+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (3+c-a)^2$$

$$E(a, b, c) = (10+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (3+c-a)^2$$

$$x = 10 + a - b$$

$$y = 2 + b - c$$

$$z = 3 + c - a$$

Минимум функции:

$$x=0;$$

$$y=0;$$

$$z=0.$$

$$E(a, b, c) = x^2 + y^2 + z^2$$

$$10 + a - b = 0 \Rightarrow a - b = -10 \Rightarrow a = b - 10,$$

$$2 + b - c = 0 \Rightarrow b - c = -2 \Rightarrow c = b + 2,$$

$$3 + c - a = 0 \Rightarrow c - a = -3.$$

$$(b+2) - (b-10) = -3.$$

$$b+2 - b+10 = -3 \Rightarrow 12 = -3 \text{ — неверно.}$$

$$a = b - 10, c = b + 2.$$

$$(b+2) - (b-10) = -3, \quad b+2 - b+10 = -3 \Rightarrow 12 = -3 \text{ — неверно.}$$

$$\begin{cases} 10 + a - b = 0 \\ 2 + b - c = 0 \\ 3 + c - a = 0 \end{cases}$$

$$a = b - 10, c = b + 2, 3 + (b+2) - (b-10) = 0.$$

$$3 + b + 2 - b + 10 = 0, 15 = 0 \text{ — неверно.}$$

Пусть b — произв. число, тогда: $a = b - 10, c = b + 2.$

$$E(b) = (10 + (b-10) - b)^2 + (2 + b - (b+2))^2 + (3 + (b+2) - (b-10))^2:$$

$$1) (10 + (b-10) - b)^2 = (0)^2 = 0.$$

$$2) (2 + b - (b+2))^2 = (0)^2 = 0.$$

$$3) (3 + (b+2) - (b-10))^2 = (15)^2 = 225.$$

$$E(a, b, c) = 225.$$

Ответ: 225.

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

и 2.

Для дока-ва того, что если для кв. трёхчлена $f(x) = x^2 + ax + b$ с целыми коэф-ми выполняется нерав-во $f(x) \geq -\frac{9}{10}$ для всех действ. x , то также выполняется $f(x) \geq -\frac{1}{4}$, воспользуемся св-ми кв. ф-ии

$f(x) = x^2 + ax + b$ представляет собой параболу, ветви которой идут вверх. Мин. φ этой ф-ии достигается в вершине параболы. $x_{\min} = -\frac{a}{2}$

$$f\left(-\frac{a}{2}\right) = \left(-\frac{a}{2}\right)^2 + a\left(-\frac{a}{2}\right) + b = \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{2} + b = -\frac{a^2}{4} + b.$$

$$-\frac{a^2}{4} + b \geq -\frac{9}{10}$$

$$b \geq -\frac{9}{10} + \frac{a^2}{4}$$

$$-\frac{a^2}{4} + b \geq -\frac{1}{4}$$

$$-\frac{a^2}{4} + \left(-\frac{9}{10} + \frac{a^2}{4}\right) \geq -\frac{1}{4} \quad ? \quad \text{Не факт.}$$

$$-\frac{9}{10} \geq -\frac{1}{4} \quad -36 \geq -10 \quad ?$$

$$-\frac{18}{20} < -\frac{5}{20} \quad \text{верно.} \quad \text{Значит все корректно.}$$

Таким образом мы получили противоречие о том, что наше предположение про то, что минимум $f(x) < -\frac{1}{4}$, неверно. Следовательно, справедливо утв: для всех действ. x выполняется $f(x) \geq -\frac{1}{4}$.

Ч. П. Д.

Х

н ч.

$$P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 50, \quad Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1.$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = ? \quad x_1, x_2, x_3, x_4 - \text{корни } Q(x).$$

Для нахождения данной суммы можно использовать св-во многочленов и теорему Виета.

$$P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 50, \quad Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1.$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = \frac{-x^3}{x^4} = -1.$$

Можно выразить сум. значений $P(x)$ в корнях $Q(x)$ через ост. от деления $P(x)$ на $Q(x)$.

Чтобы найти ост, выполним деление:

$$1) \text{ степень } P(x) : 6.$$

$$2) \text{ степень } Q(x) : 4.$$

Выполним деление:

$$\text{Первая часть: } \frac{x^6}{x^4} = x^2$$

$$x^2(x^4 + x^3 - 4x^2 + 1) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2$$

$$P(x) - (x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2) = -x - 50.$$

$$P(x) = Q(x)(x^2) + (-x - 50), \quad i = 1, 2, 3, 4, \quad P(x_i) = -x_i - 50$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = (-x_1 - 50) + (-x_2 - 50) + (-x_3 - 50) + (-x_4 - 50) = -(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) - 200.$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = -(-1) - 200 = 1 - 200 = -199.$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = -199. \quad \text{Итого}$$

$$\text{Ответ: } -199.$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

№ 3.

$$a_1 = 25, a_2, a_3, \dots, a_{2025} = 625.$$

$$\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{2024}} + \sqrt{a_{2025}}}.$$

$$a_k = a_1 + (k-1)d$$

$$a_{2025} = 25 + 2024d$$

$$625 = 25 + 2024d$$

$$2024d = 600$$

$$d = \frac{600}{2024} = \frac{300}{1012} = \frac{75}{253} \quad \checkmark$$

$$\frac{\sqrt{a_1} - \sqrt{a_2}}{(\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2})(\sqrt{a_1} - \sqrt{a_2})} = \frac{\sqrt{a_1} - \sqrt{a_2}}{a_1 - a_2}$$

Зачем так?

$$a_1 - a_2 = -d$$

$$\frac{\sqrt{a_1} - \sqrt{a_2}}{-d} + \frac{\sqrt{a_2} - \sqrt{a_3}}{-d} + \dots + \frac{\sqrt{a_{2024}} - \sqrt{a_{2025}}}{-d} =$$

$$= \frac{\sqrt{a_1} - \sqrt{a_{2025}}}{-d} = \frac{5 - 25}{-d} = \frac{-20}{-d} = \frac{4 \cdot 253}{15} = \frac{1012}{15}$$

$$\approx \underline{\underline{67,5.}}$$

Ответ: 67,5.

X