

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
21	14.03	Хмелева	
Шифр			02208

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \Sigma \\ \hline 7 & 1 & 0 & 7 & 7 & 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 215 \\ N2. \end{array}$$

Лин

$$a \geq 1 \quad b \geq 2 \quad c \geq 3$$

допустим, что $a=1 \quad b=2 \quad c=3$

тогда $a^2 + b^2 + c^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 = 14 \quad 14 < 21$

$$a + b + c = 6 \quad 6 < 7$$

В таком случае оба неравенства неверные.

Увеличим одно из чисел: $a=1 \quad b=3 \quad c=3$

тогда $19 < 21$

$$a + b + c = 1 + 3 + 3 = 7$$

В таком случае ^{только} неравенство решено $a + b + c \geq 7$ решено верно

Минимальное значение чисел a, b, c при котором будет выполняться неравенство следующее:

$$a=3, b=$$

$$a=3 \quad b=2 \quad c=3$$

В этом случае $a^2 + b^2 + c^2 = 3^2 + 2^2 + 3^2 = 22 \quad 22 \geq 21$

$$a + b + c = 3 + 2 + 3 = 8 \quad 8 \geq 7$$

В дальнейшем при добавлении (увеличении) любого из чисел (a, b, c) , будут выполняться оба неравенства:

$a^2 + b^2 + c^2 \geq 21$ верное, то неравенство $a + b + c \geq 7$ тоже верное.

такого же значения

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
21	14.03	Хлыбев	
Шифр			

1/2/3/4/5/Σ
7/0/7/7/0/215

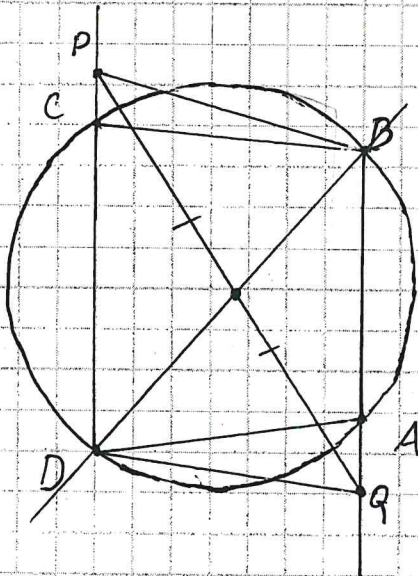
N5.

Дано

Дано: $ABCD$ - четырехугольник

$DP = DA$ $BQ = BC$

Док-ть: $PO = QO$.



Док-во:

$\angle DAB + \angle DCB = 180^\circ$, $\angle CBA + \angle CDA = 180^\circ$, т.к. в окружность можно вписать четырехугольник. т.е. в том случае, если сумма противоположных углов четырехугольника равна 180° .

Проведем отрезки QD и BP , рассмотрим четырехугольник $BQDP$: $DP = BQ$, $BP = QD$, $DP \parallel BQ$ и $BP \parallel QD$
 $\Rightarrow BQDP$ - парал-л ~~но~~ PQ и DB - диагонали парал-ла.

O - точка пересечения диагоналей. $\Rightarrow PO = OQ$ (по св-ву диагоналей в парал-ле)

N3

$$a_n = 1 + \frac{2}{n} +$$

$$a_n = 1 + \frac{2}{n} - \frac{2}{n^3} - \frac{1}{n^4} = \frac{n^4 + 2n^3 - 2n - 1}{n^4} = \frac{(n^4 - 1) + (2n^3 - 2n)}{n^4} =$$

$$= \frac{(n^2 - 1)(n^2 + 1) + 2n(n^2 - 1)}{n^4} = \frac{(n^2 - 1)(n^2 + 1 + 2n)}{n^4} = \frac{(n-1)(n+1)(n+1)^2}{n^4}$$

$$a_n = \frac{(n-1)(n+1)^3}{n^4}$$

$$n=2 \quad \sigma_2 = \frac{(2-1)(2+1)}{2^4} = \frac{3}{2^4}$$

$$n=3 \quad a_3 = \frac{(3-1)(3+1)^3}{3^4} = \frac{2 \cdot 4^3}{4^4}$$

$$n=4 \quad a_4 = \frac{(2-1)(4+1)^3}{4^4} = \frac{3 \cdot 5^3}{4^4}$$

$$\frac{1 \cdot 3^3}{2^4} \cdot \frac{2 \cdot 4^3}{3^4} \cdot \frac{3 \cdot 5^3}{4^4} \cdot \frac{4 \cdot 6^3}{5^4} \cdot \frac{5 \cdot 7^3}{6^4} \dots \frac{99^3 \cdot 98 \cdot 100^3}{99^4}$$

После сокращения ~~дроби~~ дроби получили ответ

$$\begin{array}{r} 125000 \\ \hline 99 \end{array}$$

N 1

$$x, y > 0 \quad x > y \Rightarrow x - y > 0$$

$$x^2 + y^2 = \frac{10}{3}xy$$

~~$$(7 - 4)^2 = 10$$~~

$$(x-y)^2 + 2xy = \frac{10}{3}xy$$

$$(x - y^2) = \frac{10}{3}xy - \frac{3}{2}xy$$

$$(x-y)^2 = \frac{4}{3}xy$$

m.k. $x - y > 0$, mo $x - y = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{xy}$

$$x^2 + y^2 = \frac{10}{3}xy$$

$$(x+y)^2 = \frac{70}{3}xy + \frac{3}{2}xy$$

$$(x+y)^2 = \frac{16}{3}xy$$

m. K $x, y > 0$, mo $x+y > 0 \Rightarrow x+y = \frac{4}{\sqrt{3}} \sqrt{xy}$

$$\text{mo } \frac{x+y}{x-y} = \frac{\frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{xy}}{\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{xy}} = \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2$$

N4

$$x^2 + px - \frac{1}{2p^2} = 0$$

по т. Виета

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{2p^2} \end{cases}$$

Преобразуем $x_1^4 + x_2^4 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 =$
 $= ((x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2)^2 - 2(x_1x_2)^2$

Воспользуемся равенствами

$$\begin{aligned} &((-p)^2 - 2 \cdot (-\frac{1}{2p^2}))^2 - 2(-\frac{1}{2p^2})^2 = (p^2 + \frac{1}{p^2})^2 - 2 \cdot \frac{1}{2p^4} = \\ &= p^4 + 2 \cdot p^2 \cdot \frac{1}{p^2} + \frac{1}{p^4} - \frac{1}{2p^4} = p^4 + 2 + \frac{1}{2p^4} \end{aligned}$$

$$p^4 + \frac{1}{2p^4} + 2 \geq 2 + \sqrt{2}$$

$$p^4 + \frac{1}{2p^4} - \sqrt{2} \geq 0$$

$$\frac{2p^8 - 2\sqrt{2}p^4 + 1}{2p^4} \geq 0$$

$$\frac{(\sqrt{2}p^4 - 1)^2}{2p^4} \geq 0$$

при любой $p \neq 0$ неравенство всегда верно