

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
56		Корфакиев	И
Шифр			042002

$$3. \quad x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} = 0$$

$$1 \leq x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 = \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} \leq 1$$

$$f(x) = x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11$$

$$b^2 - 1 - 6b + 11$$

$$f'(x) = 2b - 6$$

$$f(3) = 1$$

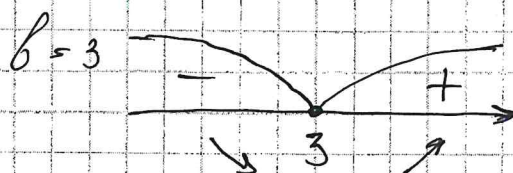


$$f(x) = x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11$$

$$\sqrt{x^2+1} = b$$

$$x^2 = b^2 - 1$$

$$b^2 - 6b + 10 = f(x)$$



$$f(b) \geq 1 \Rightarrow x = 1$$

$$x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 = 0$$

$$b^2 - 1 - 6b + 11 = 0$$

$$b^2 - 6b + 10 = 0$$

$$D = 36 - 4 \cdot 10 = -4 \quad D < 0$$

$$b^2 - 6b + 9$$

$$x^2 = 8$$

$$x = \pm\sqrt{8} \quad b = 3$$

$$x = \sqrt{8} \quad \cos \frac{(\sqrt{8})^2 + \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} - 4}{18} = \cos \frac{8+4-4}{18}$$

$$\cos \frac{8+4-4}{18} \neq 1$$

$$x = -\sqrt{8}$$

$$\cos \frac{(-\sqrt{8})^2 - \sqrt{16} - 4}{18} = \cos \frac{8-4-4}{18} = \cos 0 = 1$$

$$\text{Ответ: } -\sqrt{8}$$

1	2	3	4	5	Σ
4	7	3	2	0	56

И

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

1. $(7+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-a)^2$

Возьмём производную и составим систему.

$$\left. \begin{aligned} f'(a) &= 2 \cdot (7+a-b) - 2 \cdot (9+c-a) = 0 \\ f'(b) &= -2 \cdot (7+a-b) + 2 \cdot (2+b-c) = 0 \\ f'(c) &= -2 \cdot (2+b-c) + 2 \cdot (9+c-a) = 0 \end{aligned} \right\} \text{поделим на 2.}$$

$$f'(a) = 7+a-b-(9+c-a) = 0 \Rightarrow 2a-b-c = 2$$

$$f'(b) = -(7+a-b) + 2+b-c = 0 \Rightarrow -a+2b-c = 5$$

$$f'(c) = -(2+b-c) + 9+c-a = 0 \Rightarrow -a-b+2c = 7$$

$$\begin{cases} 2a-b-c = 2 \\ -a+2b-c = 5 \\ -a-b+2c = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a-b-c = 2 \\ -2a+4b-2c = 10 \end{cases}$$

$$3b-3c = 12 \quad | :3$$

$$b-c = 4$$

$$3b-3c = 12$$

$$3a-3c = 9$$

$$a-c = 3$$

$$\begin{cases} b-c = 4 \\ a-c = 3 \\ a-b = -1 \end{cases}$$

$$c = 4$$

$$\begin{cases} b = 4+c \\ a = c+3 \end{cases}$$

$$S = 36 + 36 + 36 = 108$$

Ответ: 108

ошибка! координаты
где запятая?

2. $P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 506$

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4), \quad x_1, x_2, x_3, x_4 - \text{корни } Q(x)$$

$$P(x) = x^2(x^4 + x^3 - 4x^2 + 1) - x + 506$$

Вораче $x^4 + x^3 - 4x^2 + 1 = Q(x)$, подставим $P(x) = x^2 Q(x) - x + 506$.

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

2.

$$\left. \begin{aligned} Q(x_1) &= -x_1 + 506 \\ Q(x_2) &= -x_2 + 506 \\ Q(x_3) &= -x_3 + 506 \\ Q(x_4) &= -x_4 + 506 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} -(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 2024 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 2024 \end{aligned}$$

$$x^4 + x^3 - 4x^2 + 1 = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) - \text{разлож.}$$

$$\Rightarrow (x^2 - x x_2 - x_1 x + x_1 x_2)(x^2 - x x_4 - x x_3 + x_3 x_4) =$$

$$\begin{aligned} & x^4 - x^3 x_4 - x^3 x_3 + x^2 x_3 x_4 - x^3 x_2 + x^2 x_2 x_4 + x^2 x_2 x_3 - x x_2 x_3 x_4 - \\ & - x^3 x_1 + x^2 x_1 x_4 + x^2 x_1 x_3 - x x_1 x_3 x_4 + x^2 x_1 x_2 - x x_1 x_2 x_4 - x x_1 x_2 x_3 + \\ & + x_1 x_2 x_3 x_4 = x^4 - x^3(x_4 + x_3 + x_2 + x_1) + x^2 x_2(x_4 + x_3 + x_1) - x x_2 x_3 x_4 + \\ & + x^2 x_1 x_4 + x^2 x_1 x_3 - x x_1 x_3 x_4 - x x_1 x_2 x_4 - x x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 x_3 x_4 = \\ & = x^4 - x^3(x_4 + x_3 + x_2 + x_1) + x^2 x_2(x_4 + x_3 + x_1) - x x_3 x_4(x_2 + x_1) + \\ & + x^2 x_1(x_3 + x_4) - x x_1 x_2(x_3 + x_4) + x_1 x_2 x_3 x_4 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} -(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) &= 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} \text{Если } x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 2024 \\ \text{то } x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 2025 \end{aligned}$$

Ответ: 2025

4.

$$(x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1) \geq 1 \text{ при условии}$$

$$x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1} :$$

$$\frac{x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1}}{n} \geq \sqrt[n]{x_1^{n-1} x_2^{n-1} \dots x_n^{n-1}} \quad \text{т.к. } x_i > 0$$

$$\text{Подставим } x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1} = x_1 x_2 \dots x_n$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

4. Получим:
$$\frac{x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1}}{n} = \frac{x_1 x_2 \dots x_n}{n}$$

$$\frac{x_1 x_2 \dots x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1^{n-1} x_2^{n-1} \dots x_n^{n-1}}$$

$$\sqrt[n]{x_1^{n-1} x_2^{n-1} \dots x_n^{n-1}} = \sqrt[n]{(x_1 x_2 \dots x_n)^{n-1}} = (x_1 x_2 \dots x_n)^{\frac{n-1}{n}}$$

Подставим:
$$\frac{x_1 x_2 \dots x_n}{n} \geq (x_1 x_2 \dots x_n)^{\frac{n-1}{n}} \quad P = x_1 x_2 \dots x_n \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{P}{n} \geq P^{\frac{n-1}{n}} \quad | \cdot n, \text{ после разделим на } P^{\frac{n-1}{n}}, \text{ при}$$

усл. $P > 0$

$$n \geq P^{\frac{1}{n}} \Rightarrow$$

Возведём в степень n .

$$\Rightarrow n^n \geq P$$

$$x_i = n - 1 + y, \quad y > 0$$

$$(x_i - (n - 1)) = y$$

$$y_1, y_2, \dots, y_n \geq 1$$

отсюда? это и надо и все ясно-е?

$$\Rightarrow (x_1 - (n - 1))(x_2 - (n - 1)) \dots (x_n - (n - 1)) \geq 1$$

Таким образом, мы доказали:

$$(x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1) \geq 1$$

4