

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
735		Червонская Н.С.	Реш
Шифр			041724

№1 Дано:

S

a

v

$\Delta t = ?$

Решение

Время Антона T_A :

1. Разгон:

$$S_1 = \frac{1}{2} a t_1^2$$

Подставим $S_1 = S/3$:

$$\frac{S}{3} = \frac{1}{2} a t_1^2$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2S}{3a}}$$

Скорость в конце разгона:

$$v = a t_1 = a \sqrt{\frac{2S}{3a}} = \sqrt{\frac{2aS}{3}}$$

2. Равномерное движение:

$$t_2 = \frac{S_2}{v} = \frac{S/3}{\sqrt{\frac{2aS}{3}}}$$

$$t_2 = \frac{S}{3} \cdot \sqrt{\frac{3}{2aS}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{3S}{2a}}$$

3. Замедление:

$$t_3 = t_1 = \sqrt{\frac{2S}{3a}}$$

Общее время Антона:

$$T_A = t_1 + t_2 + t_3$$

$$T_A = \sqrt{\frac{2S}{3a}} + \frac{1}{3} \sqrt{\frac{3S}{2a}} + \sqrt{\frac{2S}{3a}} = 2\sqrt{\frac{2S}{3a}} + \frac{1}{3} \sqrt{\frac{3S}{2a}}$$

Время Бориса T_B :

1. Равномерное движение:

Пусть его начальная скорость v_0 :

$$t_1 = \frac{S}{3v_0}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

2. Разгон

$$S_2 = \frac{1}{2} a t_2^2$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{2S}{3a}}$$

3. Равномерное движение:

$$v = at_2 = \sqrt{\frac{2as}{3}}$$

$$t_3 = \frac{S}{3v} = \frac{S}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{2as}{3}}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{3S}{2a}}$$

$$T_0 = t_1 + t_2 + t_3$$

$$T_0 = \frac{S}{3v_0} + \sqrt{\frac{2S}{3a}} + \frac{1}{3} \sqrt{\frac{3S}{2a}}$$

$$\Delta T = T_A - T_0 = \left(2\sqrt{\frac{2S}{3a}} + \frac{1}{3} \sqrt{\frac{3S}{2a}} \right) - \left(\frac{S}{3v_0} + \sqrt{\frac{2S}{3a}} + \frac{1}{3} \sqrt{\frac{3S}{2a}} \right)$$

$$\Delta T = \sqrt{\frac{2S}{3a}} - \frac{S}{3v_0}$$

Ответ: сравнив выражения T_A и T_0 сделаем вывод, что Борис

доезжает быстрее; $\Delta T = \sqrt{\frac{2S}{3a}} - \frac{S}{3v_0}$

№2

Дано:

$$v_{01} = v_{02}$$

S

chmin = ?

Решение:

1. горизонтальное движение:

$$x_1 = v_0 \cos \alpha \cdot t$$

$$x_2 = S - v_0 \cos \beta t$$

x_1, x_2 - координаты первого и второго мячиков

2. Вертикальное движение:

$$y_1 = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

$$y_2 = v_0 \sin \beta t - \frac{1}{2} gt^2$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$d^2 = (x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2$$

$$d^2 = (S - v_0 \cos \beta t - v_0 \cos \alpha \cdot t)^2 + (v_0 \sin \beta t - v_0 \sin \alpha t)^2$$

$$d^2 = (S - t v_0 (\cos \alpha + \cos \beta))^2 + (t v_0 \sin \beta - S \sin \alpha)^2$$

$$d^2 = S^2 - 2 S t v_0 (\cos \alpha + \cos \beta) + t^2 v_0^2 (\cos \alpha + \cos \beta)^2 + t^2 v_0^2 (\sin \beta - \sin \alpha)^2$$

$$d^2 = S^2 - 2 S t v_0 (\cos \alpha + \cos \beta) + t^2 v_0^2 [(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \beta - \sin \alpha)^2]$$

$$\frac{d^2}{dt} = -2 S v_0 (\cos \alpha + \cos \beta) + 2 t v_0^2 [(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \beta - \sin \alpha)^2] = 0$$

$$t_{\min} = \frac{S (\cos \alpha + \cos \beta)}{v_0 [(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \beta - \sin \alpha)^2]}$$

$$d^2 = S^2 - 2 S t v_0 (\cos \alpha + \cos \beta) + t^2 v_0^2 [(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \beta - \sin \alpha)^2]$$

$$-2 S t_{\min} v_0 (\cos \alpha + \cos \beta) = -2 S v_0 (\cos \alpha + \cos \beta) \cdot \frac{S (\cos \alpha + \cos \beta)}{v_0 [(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \beta - \sin \alpha)^2]}$$

$$-2 S^2 \frac{(\cos \alpha + \cos \beta)^2}{(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \beta - \sin \alpha)^2}$$

$$t_{\min}^2 v_0^2 [(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \beta - \sin \alpha)^2]$$

$$\left(\frac{S (\cos \alpha + \cos \beta)}{v_0 [(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \beta - \sin \alpha)^2]} \right)^2 v_0^2 [(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \beta - \sin \alpha)^2]$$

$$S^2 \frac{(\cos \alpha + \cos \beta)^2}{(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \beta - \sin \alpha)^2}$$

$$d_{\min}^2 = S^2 - 2 S^2 \frac{(\cos \alpha + \cos \beta)^2}{(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \beta - \sin \alpha)^2} + S^2 \frac{(\cos \alpha + \cos \beta)^2}{(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \beta - \sin \alpha)^2}$$

$$d_{\min}^2 = S^2 \frac{(\sin \beta - \sin \alpha)^2}{(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \beta - \sin \alpha)^2}$$

$$d_{\min} = S \frac{|\sin \beta - \sin \alpha|}{\sqrt{(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \beta - \sin \alpha)^2}}$$

Ответ: $d_{\min} = S \frac{|\sin \beta - \sin \alpha|}{\sqrt{(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \beta - \sin \alpha)^2}}$

N°4 Дано:

q_1, q_2, q_3

Решение:

$$q = \frac{k q}{r} \Rightarrow q = \frac{q a}{k}$$

195

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$q_1, q_2, q_3$$

$$F_1 = ?$$

$$q_1 = \frac{q_1 a}{K}$$

$$q_2 = \frac{q_2 a}{K}$$

$$q_3 = \frac{q_3 a}{K}$$

$$F_{12} = K \frac{q_1 q_2}{a^2}$$

$$F_{12} = K \frac{\left(\frac{q_1 a}{K}\right) \left(\frac{q_2 a}{K}\right)}{a^2}$$

$$F_{12} = \frac{q_1 q_2}{K a}$$

$$F_{13} = \frac{q_1 q_3}{K a}$$

$$F_1 = \sqrt{F_{12}^2 + F_{13}^2 + 2 F_{12} F_{13} \cos 120^\circ}$$

$$F_1 = \sqrt{\left(\frac{q_1 q_2}{K a}\right)^2 + \left(\frac{q_1 q_3}{K a}\right)^2 - 2 \cdot \frac{q_1 q_2}{K a} \cdot \frac{q_1 q_3}{K a} \cdot \frac{1}{2}}$$

$$F_1 = \frac{q_1}{K a} \sqrt{q_2^2 + q_3^2 - q_2 q_3}$$

Ответ: $F_1 = \frac{q_1}{K a} \sqrt{q_2^2 + q_3^2 - q_2 q_3} = ?$

№ 5

Дано:

СИ

Решение:

$$V = 5000 \text{ м}^3$$

$$P_{H_2} = 110 \text{ кПа}$$

$$T = 43^\circ \text{C}$$

$$P_{\text{атм}} = 100 \text{ кПа}$$

$$\varphi_1 = 10\%$$

$$\varphi_2 = 90\%$$

$$110 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

$$316 \text{ К}$$

$$100 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

$$0,1$$

$$0,9$$

$$P_{\text{высоч.}} = \frac{P_{\text{ср. в.}} M_{\text{возд.}}}{RT} + \frac{P_{\text{пар.}} M_{\text{пар.}}}{RT}$$

$$M_{\text{возд.}} = 29 \text{ г/моль}$$

$$M_{\text{пар.}} = 18 \text{ г/моль}$$

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

$$P_{\text{пар. 1}} = \varphi_1 P_{\text{нас}} = 0,1 \cdot 9 = 0,9 \text{ кПа}$$

$$P_{\text{ср. в. возд.}} = P_{\text{атм}} - P_{\text{пар. 1}} = 100 - 0,9 = 99,1 \text{ кПа}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$P_{\text{нас}} = 9000 \text{ Па}$$

$$m = ?$$

$$\rho_1 = \frac{99,1 \cdot 10^3 \cdot 0,029}{8,31 \cdot 316} + \frac{3 \cdot 0,9 \cdot 10^3 \cdot 0,018}{8,31 \cdot 316}$$

$$\rho_1 = \frac{2873,9}{2626,96} + \frac{16,2}{2626,96} \approx 1,0936 + 0,00617 = 1,0998 \text{ кг/м}^3$$

$$P_{\text{пара}_2} = \varphi_2 P_{\text{нас}} = 0,9 \cdot 9 = 8,1 \text{ кПа}$$

$$P_{\text{пара}_2} = \varphi_2 P_{\text{нас}} = 0,9 \cdot 9 = 8,1 \text{ кПа}$$

$$P_{\text{сух. возд.}} = P_{\text{атм}} - P_{\text{пара}_2} = 100 - 8,1 = 91,9 \text{ кПа}$$

$$\rho_2 = \frac{91,9 \cdot 10^3 \cdot 0,029}{8,31 \cdot 316} + \frac{8,1 \cdot 10^3 \cdot 0,018}{8,31 \cdot 316} = \frac{2665,1}{2626,96} + \frac{145,8}{2626,96} \approx 1,0401 \text{ кг/м}^3$$

$$F_A = \rho_{\text{возд.}} \cdot g \cdot V$$

$$F_{A1} = 1,0998 \cdot 9,81 \cdot 5000 = 53905,7 \text{ Н}$$

$$F_{A2} = 1,0401 \cdot 9,81 \cdot 5000 = 52457,4 \text{ Н}$$

$$\Delta F_A = F_{A1} - F_{A2} = 53905,7 - 52457,4 = 1448,3 \text{ Н}$$

$$\Delta F_A = mg$$

$$m = \frac{\Delta F_A}{g} = \frac{1448,3}{9,81} \approx 147,7 \text{ кг}$$

Ответ: ~~147,7 кг~~ 4 чтобы остановить снижение необходимо сбросить примерно 148 кг балласта

№3

Дано:
 $V = \text{const}$
 $i = 3$
Найти:
 $\eta = ?$

Решение:

участок
процесс 1-2 : Запишем уравнение Клапейрона - Менделеева

$$\begin{cases} P_1 V_1 = \nu R T_1 \\ P_2 V_2 = \nu R T_2 \end{cases}, \text{ т.к. } V R = \text{const}, \text{ то}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{3 P_0 V_0}{2 T_0} = \frac{9 P_0 V_0}{6 T_0}$$

$$\frac{3 V_1}{6} = \frac{9 V_2}{6} \Rightarrow V_1 = V_2 = V_0 \Rightarrow \text{изохорный процесс} \Rightarrow Q_{12} = \Delta U_{12}, \text{ т.к. } A = 0$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T \Rightarrow \begin{cases} 3p_0 V_0 = \nu R T_1 \\ 9p_0 V_0 = \nu R T_2 \end{cases} \Rightarrow \nu R T_1 = 6p_0 V_0$$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \cdot 6p_0 V_0 = 9p_0 V_0 ; Q_{12} = 9p_0 V_0 - \text{идет на нагрев}$$

участок 2-3 : $\begin{cases} p_2 V_2 = \nu R T_2 \\ p_3 V_3 = \nu R T_3 \end{cases} \Rightarrow \frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_3 V_3}{T_3} \Rightarrow \frac{9p_0 V_0}{6T_0} = \frac{3p_0 V_3}{6T_0} \Rightarrow 9V_0 = 3V_3 =$

$$\Rightarrow V_3 = 3V_0$$

Т.к. $T_2 = T_3$, то изотермический процесс $\Rightarrow \Delta U = 0 \Rightarrow Q_{23} = A_{23}$

Т.к. $V_3 = 3V_0$, а $V_2 = V_0$, то A положительна, т.к.

$$Q_{12} = Q_{12} + Q_{23}$$

участок 3-4 : $\begin{cases} p_3 V_3 = \nu R T_3 \\ p_4 V_4 = \nu R T_4 \end{cases} ; \frac{p_3 V_3}{T_3} = \frac{p_4 V_4}{T_4} ; \frac{3p_0 \cdot 3V_0}{6T_0} = \frac{p_4 V_4}{2T_0} \Rightarrow \frac{9V_0}{6} = \frac{V_4}{2}$

$V_4 = 3V_0 = V_3$ изохорный процесс $\Rightarrow Q_{34} = \Delta U_{34} ; A = 0$

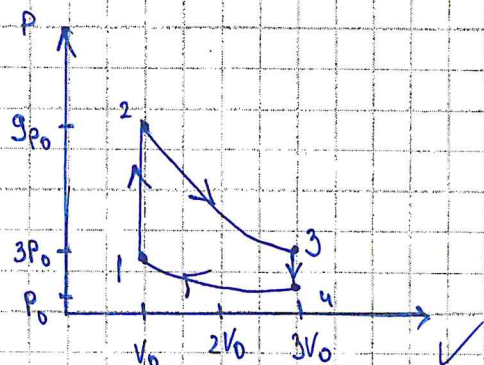
$$\Delta U_{34} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T_{34} ; \begin{cases} 3p_0 \cdot 3V_0 = \nu R T_3 \\ p_0 \cdot 3V_0 = \nu R T_4 \end{cases} \quad | \Delta T_{34} | = 6p_0 V_0$$

$Q_{34} = \frac{3}{2} \cdot 6p_0 V_0 = 9p_0 V_0$ - идет на остывание $\Rightarrow Q_{12}$

участок 4-1 : $\begin{cases} p_4 V_4 = \nu R T_4 \\ p_1 V_1 = \nu R T_1 \end{cases} ; V_1 = V_0 ; V_4 = 3V_0 ; T_4 = T_1 - \text{изотермический процесс} \Delta U = 0$

$Q_{41} = A_{41} \Rightarrow V_1 < V_4$ - сжатие $\Rightarrow Q_{12} = Q_{41} + Q_{23}$

Построим примерный график по координатам,



A - площадь фигуры под графиком:

$$A_{23} = \Delta U \cdot \frac{p_2 + p_3}{2} = 2V_0 \cdot 6p_0 = 12V_0 p_0$$

$$A_{41} = \Delta U \cdot \frac{p_4 + p_1}{2} = 2V_0 \cdot 2p_0 = 4V_0 p_0$$



Открытая региональная
межвузовская олимпиада

Общий балл

Дата

Ф.И.О. Жюри

Подпись

Шифр

$$\eta = \frac{Q_H - Q_X}{Q_H} \cdot 100\% = \left(1 - \frac{Q_X}{Q_H}\right) \cdot 100\%$$

$$Q_H = Q_{H1} + Q_{H3} = A_{H1} + \Delta U_{H3}$$

$$Q_H = Q_{12} + Q_{23} = \Delta U_{12} + A_{23}$$

$$\eta = \left(1 - \frac{A_{H1} + \Delta U_{H3}}{\Delta U_{12} + A_{23}}\right) \cdot 100\% = \left(1 - \frac{40\% + 90\%}{90\% + 120\%}\right) \cdot 100\% \approx 38\%$$

Ответ: $\eta \approx 38\%$

150