

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
24		Евсеев	Евсеев
Шифр			043272

Задача 1.

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \Sigma \\ \hline 7 & 7 & 5 & 5 & 0 & 24 \end{array}$$

$(7+a-b)^2 + (2+b-e)^2 + (9+e-a)^2$ $\leftarrow$ переменные $x=7+a-b$,
 $y=2+b-e$, $z=9+e-a$. $F(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$
 $x+y+z = (7+a-b) + (2+b-e) + (9+e-a)$
 $x+y+z = 7+2+9+a-b+b-e+e-a$
 $x+y+z = 18$

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{(x+y+z)^2}{3}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{18^2}{3} = \frac{324}{3} = 108$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq 108 +$$

Проверка

$$x=y=z$$

$$3x = 18$$

$$x = 6$$

$$x=y=z=6$$

Проверка

$$7+a-b=6 \quad 2+b-e=6 \quad 9+e-a=6$$

$$a-b=-1$$

$$b-e=4$$

$$e-a=-3$$

$$a-b=-1$$

$$b-e=4$$

$$e-a=-3$$

$$(a-b) + (b-e) + (e-a) = -1 + 4 - 3 = 0$$

$$e-a = -3 \Rightarrow e = a - 3, \text{ подставим в } b-e=4:$$

$$b - (a - 3) = 4$$

$$b - a + 3 = 4$$

$$b - a = 1$$

$$a-b=-1, \quad b-a=1, \text{ возмозно } b=a+1$$

Подставим в $b-e=4$:

$$(a+1)-e=4$$

$$(a+1)-(a-3)=4$$

$$a+1-a+3=4$$

$$4=4$$

$$a=0 \quad b=1 \text{ (из } b=a+1) \quad e=-3 \text{ (из } e=a-3)$$

Подставим и проверим.

Если $a=0, b=1, e=-3$ то:

$$7+0-1=6 \Rightarrow 6=6$$

$$2+1-(-3)=6 \Rightarrow 6=6$$

$$9+(-3)-0=6 \Rightarrow 6=6$$

$$F(a, b, e) = 6^2 + 6^2 + 6^2 = 3 \cdot 6 + 3 \cdot 6 + 3 \cdot 6 = 108.$$

Ответ: 108.

Задача 2

Дано 4 деления многочленов.

$$P(x) = Q(x) \cdot D(x) + R(x)$$

$$P(x_i) = R(x_i)$$

$$S = R(x_1) + R(x_2) + R(x_3) + R(x_4) \quad (1)$$

$$P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 506 \quad (2)$$

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1 \text{ поделен 4-ое делением}$$

$$\frac{x^6}{x^4} = x^2$$

на 2-ое, получим:

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
		Шифр	043272

$$x^2 \cdot (x^4 + x^3 - 4x^2 + 1) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2$$

$$(x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 506) - (x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2)$$

$$R(x) = -x + 506$$

Подставим корни x_1, x_2, x_3, x_4 в $R(x)$

$$S = (-x_1 + 506) + (-x_2 + 506) + (-x_3 + 506) + (-x_4 + 506)$$

По теореме Виета

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1$$

$$S = -(-1) + 4 \cdot 506$$

$$S = 1 + 2024$$

$$S = 2025$$

$$\text{Ответ: } S = 2025$$

Задача 3

$$x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} = 0$$

Введем новую переменную $t = \sqrt{x^2+1}$, $t \geq 1$,
получим: $t^2 - 6t + 11 - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} = 0$

$$t^2 - 6t + 10 - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} = 0$$

$$t = \frac{-(-6)}{2 \cdot 1} = 3$$

$$3^2 - 6 \cdot 3 + 10 = 9 - 18 + 10 = 1$$

Такжеได้ว่า $t^2 - 6t + 10 \geq 1$

$-1 \leq \cos \theta \leq 1$ то $\cos \in [-1; 1]$

$$t^2 - 6t + 10 = 1$$

$$t^2 - 6t + 9 = 0$$

$$(t-3)^2 = 0$$

$$t = 3$$

$$\cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} = 1$$

$$\cos y = 1, y = 2\pi k, \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} = 2\pi k$$

$$\frac{8 + \sqrt{2}x - 4}{18} = 2\pi k$$

$$4 + \sqrt{2}x = 36\pi k$$

$$x = \frac{36\pi k - 4}{\sqrt{2}}$$

$$k=0, x = -2\sqrt{2}$$

отрицательный
корень удовлетворяет
условию $\cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} = 1$

Ответ: $x = \pm 2\sqrt{2}$ — оба ли
корня подходят?

Задача 4

используем неравенство Пенсера как оно
выглядит?

$$\frac{x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1}}{n} \geq \left(\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \right)^{n-1}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$\frac{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}{n} \geq \left(\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \right)^{n-1}$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n \geq n^n \left(\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \right)^{n-1}$$

$$(x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1) \geq 1$$

$$y_i = x_i - (n - 1)$$

$$y_1 y_2 \dots y_n \geq 1$$

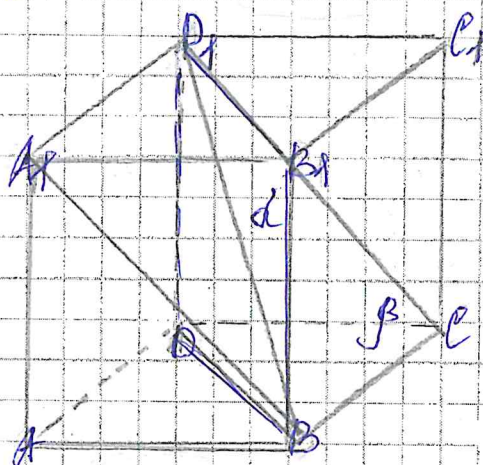
$$\frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n} \geq \sqrt[n]{y_1 y_2 \dots y_n}$$

$$\leq x_i \geq n(n-1) + n$$

$$\leq \frac{y_i}{n} \geq 1$$

Что и требовалось доказать $(x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1) \geq 1$
 Ответ: неравенство доказано

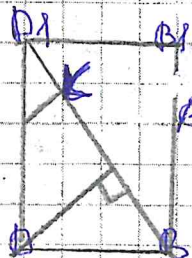
Задача 5



Намеченный
угол = 45° , так как
он является
углом между
диагональю
и плоскостью

Ответ: 45°

d - плоскость BDP_1B_1 , $AC \perp d$, так
перпендикулярна двум пересекающимся прямым
 BD и BB_1



$AC \perp BD$ как диагонали квадрата.
 $BB_1 \perp$ на $ABCD \Rightarrow BB_1 \perp$ на AC

β - это на A_1BCD_1
 на d и на β пересекаются по прямой BD_1