

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
21		Корешков	И
Шифр			043012

$$(10+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (3+c-a)^2$$

$$f(a, b, c) = (10+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (3+c-a)^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial a} = 2(10+a-b) + 2(3+c-a)(-1) = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial b} = 2(10+a-b)(-1) + 2(2+b-c) = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial c} = 2(2+b-c)(-1) + 2(3+c-a) = 0$$

$$1. 2(10+a-b) - 2(3+c-a) = 0$$

$$2. -2(10+a-b) + 2(2+b-c) = 0$$

$$3. -2(2+b-c) + 2(3+c-a) = 0$$

Упростим:

$$1. 20 + 2a - 2b - 6 - 2c + 2a = 0 \Rightarrow 4a - 2b - 2c + 14 = 0 \Rightarrow 2a - b - c = -7$$

$$2. -20 - 2a + 2b + 4 + 2b - 2c = 0 \Rightarrow -2a + 4b - 2c - 16 = 0 \Rightarrow -a + 2b - c = 8$$

$$3. -4 - 2b + 2c + 6 + 2c - 2a = 0 \Rightarrow -2a - 2b + 4c + 2 = 0 \Rightarrow -a - b + 2c = -1$$

Теперь решим систему линейных уравнений:

$$1. 2a - b - c = -7$$

$$2. -a + 2b - c = 8$$

$$3. -a - b + 2c = -1$$

$$\Rightarrow 2a - b + 7$$

$$a + 2(2a - b + 7) = 8 \Rightarrow a + 2b - 2a + b - 7 = 8 \Rightarrow -a + 3b = 15 \Rightarrow -a + b = 5 \Rightarrow b = a + 5$$

$$-a - (a + 5) + 2(2a - (a + 5) + 7) = -1$$

$$-a - a - 5 + 2(a - 5 + 7) = -1 \Rightarrow -2a - 5 + 2(a + 2) = -1 \Rightarrow -2a - 5 + 2a + 4 = -1 \Rightarrow -1 = -1$$

Пусть $a = t$, тогда $b = t + 5$ и $c = 2t - (t + 5) + 7 = t + 2$

$$f(t) = (10 + t - (t + 5))^2 + (2 + (t + 5) - (t + 2))^2 + 3 + (t + 2) - t)^2$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$f(t) = (10 + t + t - 5)^2 + (2 + t + 5 - t - 2)^2 + 3 + t + 2 - t)^2$$

$$f(t) = (5)^2 + (5)^2 + (5)^2$$

$$f(t) = 25 + 25 + 25 = 75$$

Ответ: 75

$$f(x) = x^2 + ax + b$$

1) Минимальное значение квадратного трёхчлена

$f(x) = x^2 + ax + b$ достигает своего мин. знач. в точке $x = -\frac{a}{2}$

$$f\left(-\frac{a}{2}\right) = \left(-\frac{a}{2}\right)^2 + a\left(-\frac{a}{2}\right) + b = \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{2} + b = -\frac{a^2}{4} + b$$

Таким образом мин. значение $f(x) = -\frac{a^2}{4} + b$

2) Известное неравенство:

$$-\frac{a^2}{4} + b \geq -\frac{9}{10}$$

$$b \geq \frac{a^2}{4} - \frac{9}{10}$$

3) Целые коэффициенты:

Пусть $a = 2k$, тогда: $b \geq \frac{(2k)^2}{4} - \frac{9}{10} \geq k^2 - \frac{9}{10}$

Поскольку b - целое число, $b \geq k^2$

$$\Rightarrow b + \frac{9}{10} \geq k^2 \Rightarrow$$

когда $b \geq k^2$

4) Новое мин. значение:

$$a = 2k \text{ и } b \geq k^2$$

$$f\left(-\frac{a}{2}\right) = -\frac{(2k)^2}{4} + b \geq -k^2 + b$$

Поскольку $b \geq k^2$, получим:

$$f\left(-\frac{a}{2}\right) \geq -k^2 + b \geq -k^2 + k^2 \geq 0$$

Это означает, что мин. знач $f(x)$ не меньше 0

5) Итоговое неравенство

$$f(x) \geq 0 \geq -\frac{1}{4}$$

Таким образом, для всех действительных x выполняется $f(x) \geq -\frac{1}{4}$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{2024}} + \sqrt{a_{2025}}} = \frac{n^3}{25}$$

$$a_n \geq a_1 + (n-1)d$$

Известно что $a_{2025} = 625$. Попробуем $n = 2025$

$$625 = 25 + (2025-1)d$$

$$625 = 25 + 2024d$$

$$2024d = 625 - 25$$

$$2024d = 600$$

$$d = \frac{600}{2024} = \frac{150}{506} = \frac{75}{253} \quad \checkmark$$

$$\frac{1}{\sqrt{a_n} + \sqrt{a_{n+1}}} = \sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a_n} + \sqrt{a_{n+1}}} \cdot \frac{\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n}}{\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n}} = \frac{\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n}}{a_{n+1} - a_n}$$

В.к. $a_{n+1} - a_n = d$, то:

$$\frac{\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n}}{d} = \frac{\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n}}{d}$$

$$\sum_{n=1}^{2024} \frac{\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n}}{d}$$

$$\frac{\sqrt{a_2} - \sqrt{a_1}}{d} + \frac{\sqrt{a_3} - \sqrt{a_2}}{d} + \dots + \frac{\sqrt{a_{2025}} - \sqrt{a_{2024}}}{d}$$

$$\frac{\sqrt{a_{2025}} - \sqrt{a_1}}{d}$$

$$\frac{\sqrt{625} - \sqrt{25}}{d} = \frac{25-5}{\frac{75}{253}} = \frac{20 \cdot 253}{75} = \frac{5060}{75} = \frac{1012}{15}$$

$$\text{Ответ: } \frac{1012}{15}$$

Или к то сокращается?
Отмена? Проверка
✗

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$$

N 4

Д-Вьетн:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -\frac{1}{1} = -1$$

$$x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4 = -4$$

$$x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4 = 0$$

$$x_1x_2x_3x_4 = 1$$

$$P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 50$$

$$x_i^4 = -x_i^3 + 4x_i^2 - 1$$

$$P(x_i) = x_i^6 + x_i^5 - 4x_i^4 + x_i^2 - x_i + 50$$

$$x_i^5 = x_i \cdot x_i^4 = x_i(-x_i^3 + 4x_i^2 - 1) = -x_i^4 + 4x_i^3 - x_i$$

$$x_i^6 = x_i \cdot x_i^5 = x_i(-x_i^4 + 4x_i^3 - x_i) = -x_i^5 + 4x_i^4 - x_i^2 + 50$$

$$P(x_i) = -(-x_i^4 + 4x_i^3 - x_i) - x_i^4 + 4x_i^3 - 2x_i + 50 = x_i + 50$$

$$P(x_i) = -x_i + 50$$

$$P(x_i) = -x_i + 50$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4)$$

$$P(x_i)$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = (-x_1 + 50) + (-x_2 + 50) = -(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 200$$

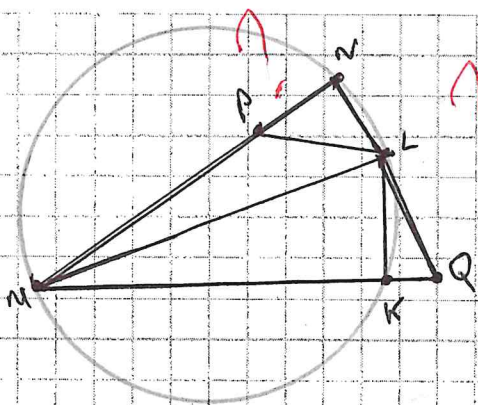
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = -(-1) + 200 = 1 + 200 = 201$$

Ответ: 201

✓

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			



№5

Пусть LP и LQ — перпендикуляры к MN и MP соответственно. Точка L лежит на дуге NP и, следовательно, равна углам от стороны угла N , а значит $LP = LQ$. Прямоугольные $\triangle MPL$ и $\triangle LQK$

равны (по катету и гипотенузе), а также прямоугольные $\triangle MPL$ и $\triangle LQK$ (аналогично, по катету и гипотенузе) с общей стороной, $MN + MK = MP + PN + MK = MP + KQ + MK = MP + MQ = 2MP$

с другой стороны;

по формуле.

$$PI = S_{\triangle MNK} = S_{\triangle MPL} + S_{\triangle LQK} = 2S_{\triangle MPL} = MP \cdot PL = MP^2 \cdot \sin 30^\circ = \frac{MP^2}{2} \Rightarrow MP = 9\sqrt{3}$$

Таким образом, имеем:

$$MN + MK = 2MP = 18\sqrt{3}$$

Ответ: $18\sqrt{3}$

