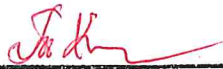


Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
14	20.03.24	Хишилова Т.Е.	

№1

$$\begin{aligned}
 3^{2024} - 3^{2023} \cdot 5^{1012} + 5^{2024} &= (3^{2023})^2 - 3^{2023} \cdot 5^{1012} + \cancel{5^{2024}} (5^{1012})^2 = \\
 &= (3^{2023})^2 + 2 \cdot 3^{2023} \cdot 5^{1012} + (5^{1012})^2 - 3 \cdot 3^{2023} \cdot 5^{1012} = \\
 &= (3^{2023} + 5^{1012})^2 - 3^{2024} \cdot 5^{1012} = (3^{2023} + 5^{1012})^2 - (3^{1012} \cdot 5^{506})^2 = \\
 &= (3^{2023} + 5^{1012} - 3^{1012} \cdot 5^{506}) (3^{2023} + 5^{1012} + 3^{1012} \cdot 5^{506}) =
 \end{aligned}$$

~~$$3^{1012} \cdot 5^{506} (3^{1012} - 5^{506})$$~~

70

№4

$$1) 0 < a < \frac{1}{2}, 0 < b < \frac{1}{2}$$

$$2) b^2 - a^2 \geq b - a$$

$$(b-a)(b+a) - (b-a) > 0$$

$$(b-a)(b+a-1) \geq 0$$

$b+a-1 =$ отрицательное число! *используем?*

значит: $b-a =$ также отрицательное! ✓

$$b-a < 0$$

$$\underline{\underline{b < a}}$$

$$b^3 - a^3 \geq b - a$$

$$(b-a)(b^2 + ab + a^2) - (b-a) \geq 0$$

$$\underline{\underline{(b-a)(b^2 + ab + a^2 - 1) \geq 0}}$$

отриц.

$$\begin{aligned} &\leq \\ &\text{отриц.} \end{aligned}$$

$$b^2 + a b a^2 - 1 < 0$$

$$(b+a)^2 - a b - 1 < 0$$

$$(b+a)^2 - 1 - a b < 0$$

$$(b+a-1)(b+a+1) - a b < 0$$

отриц. полож. отриц.

50

$$(b+a-1)(b+a+1) < a b$$

отриц. полож. полож.

верно ✓

1/7 2

№ 2

$$t^4 - \sqrt{13} t^2 + t + 13 - \sqrt{13} = 0$$

Ищем $t^2 = x$

$$x^2 + 2\sqrt{13}x + t + 13 - \sqrt{13} = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 52 - 4(t + 13 - \sqrt{13}) = 52 - 4t - 52 + 4\sqrt{13} = 4(t + \sqrt{13})$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2\sqrt{13} - 2\sqrt{t + \sqrt{13}}}{2} = -\sqrt{13} - \sqrt{t + \sqrt{13}}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2\sqrt{13} + 2\sqrt{t + \sqrt{13}}}{2} = -\sqrt{13} + \sqrt{t + \sqrt{13}}$$

$$x_1, x_2 = \frac{-2\sqrt{13} \pm 2\sqrt{t + \sqrt{13}}}{2} = -\sqrt{13} \pm \sqrt{t + \sqrt{13}}$$

$$\sqrt{13} = \sqrt{-\sqrt{13} + \sqrt{t + \sqrt{13}}} \cdot \sqrt{-\sqrt{13} + \sqrt{t + \sqrt{13}}} = -\sqrt{13} + \sqrt{t + \sqrt{13}}$$

$$\sqrt{13} + \sqrt{13} = \sqrt{t + \sqrt{13}} \Rightarrow 2\sqrt{13} = \sqrt{t + \sqrt{13}}$$

$$t^4 - \sqrt{13} t^2 + t + 13 - \sqrt{13} = (t - \sqrt{13} - \sqrt{t + \sqrt{13}}) (t + \sqrt{13} + \sqrt{t + \sqrt{13}}) = 0$$

$$t^4 - \sqrt{13} t^2 + t + 13 - \sqrt{13} = t^2 + \sqrt{13} t^2 - \sqrt{13} t^2 + t + 13 - \sqrt{13} = t^2 + \sqrt{13} t^2 - \sqrt{13} t^2 + t + 13 - \sqrt{13}$$

$$t^4 - \sqrt{13} t^2 + t + 13 - \sqrt{13} = \sqrt{13} \sqrt{-\sqrt{13} + \sqrt{t + \sqrt{13}}} \cdot \sqrt{-\sqrt{13} + \sqrt{t + \sqrt{13}}}$$

$$t^4 - \sqrt{13} t^2 + t + 13 - \sqrt{13} = t^2 - \sqrt{13} t^2 = \sqrt{13}$$

$$(t - \sqrt{13} - \sqrt{t + \sqrt{13}}) (t + \sqrt{13} + \sqrt{t + \sqrt{13}}) = 0$$

$$t = (\sqrt{13} - \sqrt{-t+13}) = 0 \quad \text{или} \quad (t = 1\sqrt{13} - \sqrt{-t+13}) = 0$$

$$t = \sqrt{13+1} - \sqrt{-t+13} = 0$$

$$t = \sqrt{13} - \sqrt{-t+13} = 0$$

$$t + \sqrt{-t+13} = \sqrt{13}$$

$$t = \sqrt{13} = \sqrt{-t+13}$$

$$t + t + 2 + \sqrt{-t+13} - t + 13 = 13$$

$$t^2 = 2\sqrt{13+t} + 13 = -t - \sqrt{13}$$

$$t^2 - 2\sqrt{13+t} + t + 13 - \sqrt{13} = 0$$

$$t^2 - t(2\sqrt{13}-1) + 13 - \sqrt{13} = 0$$

$$D = t^2 - 4ac = 52 - 4\sqrt{13} + 1 - 4(13 - \sqrt{13}) =$$

$$= 52 - 4\sqrt{13} + 1 - 52 + 4\sqrt{13} = 1$$

$$t_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{t - \sqrt{13} - 1 + 1}{2} = \frac{t - \sqrt{13}}{2}$$

$$t_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{t + \sqrt{13} - 1 + 1}{2} = \frac{t + \sqrt{13}}{2}$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{13+1} \text{ и } \sqrt{13}$$