

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
148	12.03.25	Лугинский И.А.	Л
Шифр			025-2-ар-94

№1

$$(7+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-a)^2$$

$$x = 7+a-b$$

$$y = 2+b-c$$

$$n = 9+c-a$$

$$x^2 + y^2 + n^2$$

$$x + y + n = 7+a-b+2+b-c+9+c-a = 7+2+9 = 18$$

$$x^2 + y^2 + n^2 \geq \frac{(x+y+n)^2}{3} = \frac{18^2}{3} = \frac{324}{3} = 108$$

ответ: минимальное значение 108.

78.

№2

$$P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 506$$

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = ?$$

по т. Виета

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1$$

$$x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4 = -4$$

$$x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4 = 0$$

$$x_1x_2x_3x_4 = 1$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = 4 \cdot 506 = 2024$$

ответ: 2024

35

N3

$$x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} = 0$$

$$\cos[-1; 1] \Rightarrow -1 \leq \frac{\cos x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} \leq 1$$

$$1) x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 - 1 \leq 0 \quad x^2 - 6\sqrt{x^2+1} - 10 \leq 0$$

$$2) x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 - 1 \geq 0 \quad x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 12 \geq 0$$

заменим: $\sqrt{x^2+1} = E$

$$x^2 = E^2 - 1$$

$$E^2 - 1 - 6E + 10 \leq 0$$

$$E^2 - 6E + 11 \geq 0$$

$$D < 0 \Rightarrow \emptyset$$

$$E^2 - 6E + 9 \geq 0$$

$$(E-3)^2 \leq 0$$

$$E = 3$$

$$E_1 + E_2 = 6 \mid E_1 = 3$$

$$E_1 \cdot E_2 = 9 \mid E_2 = 3$$

образ заменим:

$$x^2 + 1 = 9$$

$$x^2 = 8 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\text{Отв: } x_1 = 2\sqrt{2} \quad x_2 = -2\sqrt{2}$$

45

N4

$$x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1} \geq x_1 x_2 \dots x_n$$

$$\text{Док-ва: } (x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1) \geq 1$$

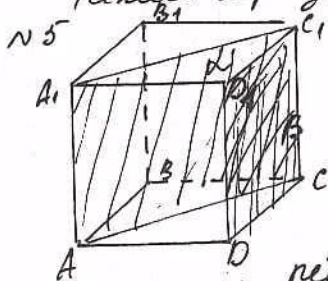
Неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим

$$\frac{(x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1)}{n} \geq \sqrt[n]{(x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1)}$$

$$\Rightarrow x_n - \text{положительные} \Rightarrow (x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1) \geq 1$$

05

Таким образом неравенство верно

Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ - куб $\angle \perp AC_1$, $B \parallel CD_1$ Найти: $\angle A_1 C_1 D_1$

Решение:

т.к. $A_1 C_1$ - диагональ верхней грани куба, CD_1 - вертикальное ребро $\Rightarrow$ 2 перпендикулярных, B - вертикальное ребро по св-ву диагоналей куба

$$A_1 C_1 \text{ делит пополам } \angle B_1 C_1 D_1 \Rightarrow \angle A_1 C_1 D_1 = 90^\circ : 2 = 45^\circ$$

$$\text{Ответ: } 45^\circ$$

05