

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
135	12.03.25	Муромов Н.В.	<i>[Signature]</i>
Шифр			025-2-11-82

✓1

$$(x+a-b)^2 + (x+b-c)^2 + (x+c-a)^2$$

$$x+a-b=0$$

$$x+b-c=0$$

$$x+c-a=0$$

Решение.

1. $a-b=-x$

2. $b-c=-x$

3. $c-a=-x$

$$(a-b) + (b-c) + (c-a) = -x - x - x$$

$$0 = -3x$$

Рассмотрим $x \neq 0$ случай. Концово вращение.

$$x+a-b=x, \quad x+b-c=x, \quad x+c-a=x$$

$$из условия x+y+z=x+x+x=3x$$

Для минимизации суммы квадратов $x^2+y^2+z^2$, нужно сделать x, y, z как можно ближе к нулю.

$$x=y=z=0, \text{ т.к. } \frac{1}{3} = 0$$

$$x^2+y^2+z^2=0^2+0^2+0^2=0+0+0=0$$

$$Ответ: 0$$

15 частей олимпиады

по 10 оценок
по 10 баллам
о среднем

✓2

$$Дано: P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^3 - x + 506$$

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$$

Найти: $P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4)$ где x_1, x_2, x_3, x_4 - корни $Q(x)$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -\frac{1}{1} = -1$$

$$x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3 + x_2 x_4 + x_3 x_4 = -\frac{4}{1} = -4$$

$$x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 x_4 + x_1 x_3 x_4 + x_2 x_3 x_4 = \frac{0}{1} = 0$$

$$x_1 x_2 x_3 x_4 = -\frac{1}{1} = -1$$

Преобразуем $P(x)$, учитывая $Q(x) = 0$ найдем: $x^4 = -x^3 + 4x^2 - 1$

$$упростим: x^5 \text{ на } -x^3 + 4x^2 - 1$$

$$P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^3 - x + 506; \text{ т.к. } x^4 = -x^3 + 4x^2 - 1, \text{ заменим } x^4 \text{ на } -x^3 + 4x^2 - 1$$

$$x^6 = x^2(-x^3 + 4x^2 - 1) = -x^5 + 4x^4 - x^2$$

$$P(x) = (-x^5 + 4x^4 - x^2) + x^5 - 4x^4 + x^3 - x + 506$$

$$P(x) = -x^2 + 506$$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = (-x_1^2 + 506) + (-x_2^2 + 506) + (-x_3^2 + 506) + (-x_4^2 + 506)$$

$$(-x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 - x_4^2) + (506 + 506 + 506 + 506)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1$$

$$-(-1) + 4 \cdot 506 = 1 + 2024 = 2025$$

$$Ответ: 2025$$

76

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр 025-2-11-82

№ 3

$$x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2x-4}}{18} = 0$$

$$y = \sqrt{x^2+1}$$

$$x^2 - 6y + 11 - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2x-4}}{18} = 0$$

$$\text{выразим } x^2 = y^2 - 1$$

$$\text{Подставим } (y^2 - 1) - 6y + 11 - \cos \frac{y^2 - 1 + \sqrt{2x-4}}{18} = 0$$

$$\text{выразим } \sqrt{2x-4} = y^2 - 6y + 10 - \cos \frac{y^2 + \sqrt{2x-4}}{18} = 0$$

$$f(y) = y^2 - 6y + 10 - \cos \frac{y^2 + \sqrt{2x-4}}{18}$$

$$\text{вершина параболы: } y_{\min} = \frac{-(-6)}{2 \cdot 1} = \frac{6}{2} = 3$$

$$f(3) = 3^2 - 6(3) + 10 = 9 - 18 + 10 = 1$$

$$f(y) \geq 1 \text{ м.к. параболы вверх, но } f(y) \text{ имеет } [-1; 1]$$

$$1 - \cos \frac{y^2 + \sqrt{2x-4}}{18} = 0$$

$$\cos \frac{y^2 + \sqrt{2x-4}}{18} = 1$$

$$\frac{y^2 + \sqrt{2x-4}}{18} = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{y^2 + \sqrt{2x-4}}{18} = 36\pi k \text{ м.к. } y^2 = x^2 + 1, \text{ выразим}$$

$$x^2 + 1 + \sqrt{2x-4} = 36\pi k$$

$$x^2 + \sqrt{2x-4} = 36\pi k$$

$$x = \frac{-\sqrt{2} \pm \sqrt{2 + 16\pi k}}{2}$$

Все то что есть y и x будут действительные корни;

$$2 + 16\pi k \geq 0 \Rightarrow k \geq -\frac{1}{8\pi}$$

$$x = \frac{-\sqrt{2} \pm \sqrt{2}}{2}$$

$$x = \frac{-\sqrt{2} + \sqrt{2}}{2} \text{ или } x = \frac{-\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2}$$

$$\left(\begin{array}{l} x^2 + \sqrt{2x-4} = 36\pi k \\ x = \frac{-\sqrt{2} \pm \sqrt{2 + 16\pi k}}{2} \end{array} \right) \text{ Ответ: } x = 0; x = -\sqrt{2}$$

но это р. корни.

38

24

$$\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n,$$
$$x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1} = x_1 x_2 \dots x_n, \text{ показавшие непротиворечие}$$

$$(x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1) > 1$$

Remains.

$$x_1^0 = x_1 \Rightarrow 1 = x_1$$

negation: $(x_1 - 1 + 1) = 1 \geq 1$

Президентство что $n = k$

$$x_1^k + x_2^k + \dots + x_{k+1}^k = x_1 x_2 \dots x_{k+1}$$

применения неравенств между ср.

нужен предельный случай

$$\frac{x_1^k + x_2^k + \dots + x_{k+1}^k}{k+1} \geq (x_1 x_2 \dots x_{k+1})^{\frac{k}{k+1}}$$

uz grede:

2. zu beweisen:

$$\frac{x_1 x_2 \dots x_{k+1}}{k+1} \geq (x_1 x_2 \dots x_{k+1})^{\frac{1}{k+1}}$$

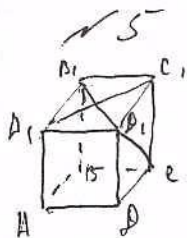
$$\text{упростим: } (x_1 x_2 \dots x_{k+1})^{\frac{1}{k+1}} \geq k+1$$

byzgen l comenent $K+1$:

$$x_1, x_2, \dots, x_{k+1} \geq (k+1)^{k+1}$$

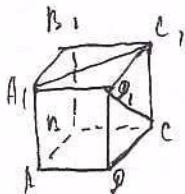
$$(x_1 - k)(x_2 - k) \cdots (x_{k+1} - k) \geq 1$$

Отмет: по приманному ланам. Арзукан
привлечено воня. Не все
киты р. К



За плоскости B параллельности
прямой CD , берем плоскость $AA_1B_1B = \beta$
За плоскости перпендик. прямой
 AA_1 , берем плоскость $BB_1D_1D = \gamma$

π углы $\pi/2$ HA, B, B_1 — универсальный носитель
 B, B_1, D, D_1 или углы $A, B, D_1 = 90^\circ$
 м. к B, D_1 — значимое кластеры A, B, C, D_1



при параллельном переносе плоскостей AA_1, B, B_1 и BB_1, D, D_1 угол 45° , и/г меня остается без изменений.