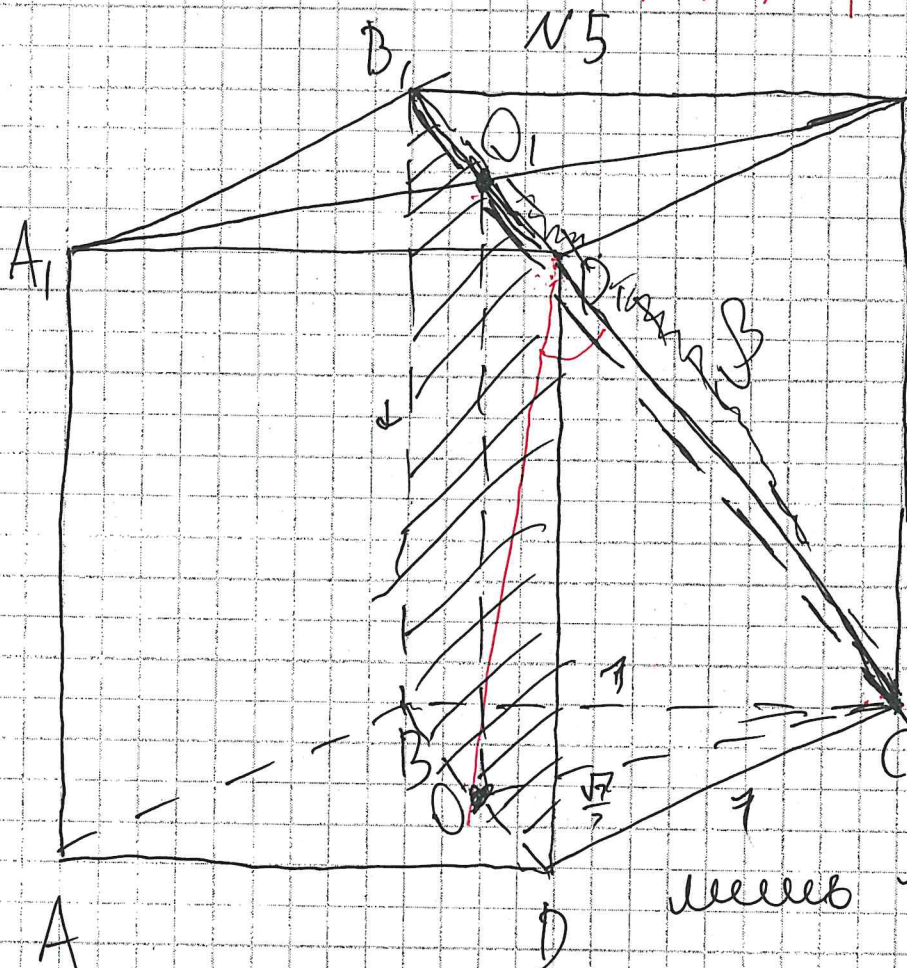


Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
13	14.01	Хмельова	
Шифр			12015

1/2/3/4/5/Σ
4/0/7/0/2/13

Жюри

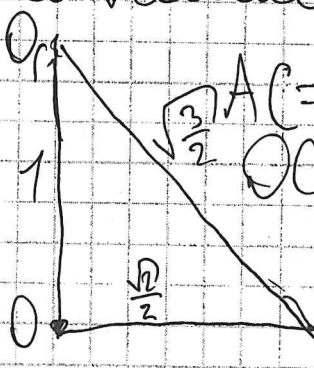


Плоскость α
единственна,
т.к. к прямой
через 2 точки не
можно провести
этой прямой, через
которую можно
провести $B_1D_1 \perp AC$,
можно построить
лишь 1 такую плоскость.

А вот вариантов плоскости β бесконечно
много, т.к. все условия заданные ей:
 $\parallel CD_1$.

Доказ. $\angle$ между α и β будет при усл., что
 $D_1B_1 \perp \beta$, вычисление значения угла и дока-
зание, что оно минимально.

Пусть $AB = 1$.
 $AC = \sqrt{2}$ по Пифагору из ABC
 $OC = \frac{1}{2} AC = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $O_1O = A_1A = 1$
Т.к. $O_1D_1 \perp B_1D_1$ и



Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$OD \perp BD$, т.к. OD - медиана в равност. $\triangle BCD$,
а значит и высота, то $\angle ODC$ - искомый.
По т. Пифагора:

$$OD = \sqrt{OB^2 - BD^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}$$

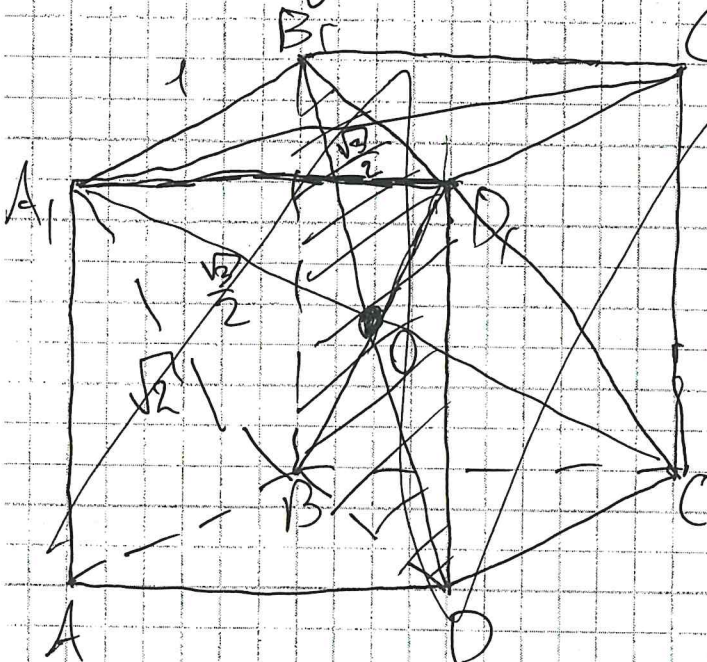
$\cos \angle ODC = 1 : \sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$, то-есть $\cos$ угла
между плоск. α и β равен $\sqrt{\frac{2}{3}}$

Т.к. чем больше $\cos$, тем меньше угол, следовательно
искомое наиб. значение $\cos$.

Вспомогательное если $OD \in \beta$, $\angle$ будет 45° , то-есть
 $\cos$ будет равен $\sqrt{\frac{1}{2}}$, а $\sqrt{\frac{1}{2}}$ меньше $\sqrt{\frac{2}{3}}$, то-есть

из этих 2 вариантов наше значение $\cos$ будет $\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Но вот наше значение будет при условии, что
плоск. β вращается вокруг BD .



BD и A_1C_1 перес. в т. O т.к. это
диаг. куба,
диаг. куба $= \sqrt{3}$, то-есть
 $A_1O = OC = B_1O = OD = \frac{\sqrt{3}}{2}$

25

Тогда, ответ: $\arccos(\sqrt{\frac{2}{3}})$?

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

№3.

$$x^2 - 6\sqrt{x^2 + 1} + 11 = \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} = 0$$

т.к. $\cos \in [-1, 1]$

$$x^2 - 6\sqrt{x^2 + 1} + 11 = \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} \Rightarrow$$

$$| \cos | \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x^2 - 6\sqrt{x^2 + 1} + 11 \leq 1$$

Решим эти неравенства:

$$① x^2 - 6\sqrt{x^2 + 1} + 11 \leq 1 \Leftrightarrow \underbrace{x^2 + 10}_{>0} \leq \underbrace{6\sqrt{x^2 + 1}}_{>0}, \text{ тогда возв. в кв.}$$

$$x^4 + 20x^2 + 100 \leq 36x^2 + 36$$

$$x^4 - 16x^2 + 64 \leq 0$$

Замена: ~~$x^2 = t$~~ $x^2 = t \geq 0$.

$$t^2 - 16t + 64 \leq 0$$

$$\Delta = 256 - 256 = 0$$

$$t = \frac{16}{2} = 8. \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{8} \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow \geq 1$$

$$② x^2 - 6\sqrt{x^2 + 1} + 11 \geq -1 \Leftrightarrow \underbrace{x^2 + 12}_{>0} \geq \underbrace{6\sqrt{x^2 + 1}}_{>0}, \text{ тогда возв. в кв.}$$

$$\text{кв.: } x^4 + 24x^2 + 144 \geq 36x^2 + 36$$

Замена: $x^2 = t \geq 0$

$$t^2 - 12t + 108 \geq 0$$

$$\Delta = 144 - 4 \cdot 108 < 0 \Rightarrow t^2 - 12t + 108 \text{ всегда } \geq 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$$

т.к. из ① нерав-ва $x_{1,2} = \pm\sqrt{8}$, то подставим x в оба ур.

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

При $x = \sqrt{8}$:

$$8 - 6\sqrt{8+1} + 11 = \cos\left(\frac{8 + \sqrt{2 \cdot 8} - 4}{18}\right)$$

$$8 - 6\sqrt{9} + 11 = \cos\left(\frac{4 + \sqrt{16}}{18}\right)$$

$$19 - 18 = \cos\left(\frac{8}{18}\right)$$

$1 = \cos\left(\frac{8}{18}\right) \leftarrow$ так как, знаем, что $\sqrt{8}$ — не корень уравнения.

При $x = -\sqrt{8}$:

$$8 - 6\sqrt{8+1} + 11 = \cos\left(\frac{8 - \sqrt{2 \cdot 8} - 4}{18}\right)$$

$$19 - 6\sqrt{9} = \cos\left(\frac{4 - \sqrt{16}}{18}\right)$$

$\cos(0) = 1 \leftarrow$ верно, а знаем, что $x = -\sqrt{8}$ — корень.

Ответ: $x = -\sqrt{8}$.

75

N 4

$$x_1^{n-1} + x_2^{n-2} + \dots + x_n^{n-1} = x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n$$

$$1 = \frac{x_1^{n-1} + x_2^{n-2} + \dots + x_n^{n-1}}{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$$

$\Leftrightarrow$

$$1 = \frac{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot \dots \cdot x_n}{x_1^{n-1} + x_2^{n-2} + \dots + x_n^{n-1}}$$

$$(x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1) \geq 1$$

$$(x_1 - (n-1))(x_2 - (n-1)) \dots (x_n - (n-1)) \geq 1$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

Если перемножить все эти скобки получим:

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \dots x_n \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \dots x_{n-1} (n-1) + \dots + (n-1)^n \geq 1$$

Если n - чётное $\rightarrow$

И если n - нечётное:

$$x_1 \cdot x_2 \cdot$$

$$(x_1 + (1-n))(x_2 + (1-n)) \dots (x_n + (1-n)) \geq 1.$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \dots x_n + (1-n)(x_1 \cdot x_2 \dots x_{n-1} + x_1 \cdot x_2 \dots x_{n-2} \cdot x_n + \dots + x_2 \cdot x_3 \dots x_n) + (1-n)^2(x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \dots x_{n-2} + \dots + x_3 \cdot x_4 \dots x_n) + \dots + (1-n)^n \geq 1.$$

$$x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + x_3^{n-1} + \dots + x_n^{n-1} + (1-n) \left(\frac{x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + x_3^{n-1} + \dots + x_n^{n-1}}{x_n} + \dots + \frac{x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + x_3^{n-1} + \dots}{x_{n-1}} \right) + (1-n)^2 \left(\dots \right)$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \dots x_n + (1-n)(x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \dots x_{n-1} + x_2 \cdot x_3 \dots x_n) \cdot$$

h.T.Q.

N 1.

$$(7+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-a)^2 = 49 + 7a - 7b + a^2 + 7a - ab - 7b - ab + b^2 + 4 + 2b - 2c + 2b + b^2 - bc - 2c - bc + c^2 + 81 + 9c - 9a + 9c + c^2 - 9a - 9c + a^2 = 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ac - 4a - 2b + 14c + 134 =$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$= a^2 - 2ac + c^2 + a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 - 4a - 4ab + 4c + 4b =$$

$$= (a-c)^2 + (a-b)^2 + (c-b)^2 - 2(a+5b-7c-6)$$

квадр. $\rightarrow$ а значит возр. быстрее леве, значит м.к.
по сути они обозначают разность между
числами a, b, c попарно, то есть м.к. значит
выр. меньше меньше, то и

Тогда при малых a, b, c пост. максимизировать
эту скобку, а раз ^{минимизировать} при a, b, c равны 0,
то увеличение самих чисел бесконечно, есть
лишь лишь в рамках скобки рассмотрим
разные возможные разности для троек
чисел $(x; x; x+1), (x; x; x+2) \dots (x; x+3; x+5)$, давшие
миним. ^{минимизировать} очевидно увеличиваются быстрее.

При тройке вида $(x; x+3; x+4)$ знач. выр. равн.
108, оно и будет минимизироваться.

Ответ: 108.

48