

## Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
885.		Червишневская А.С.	Акер

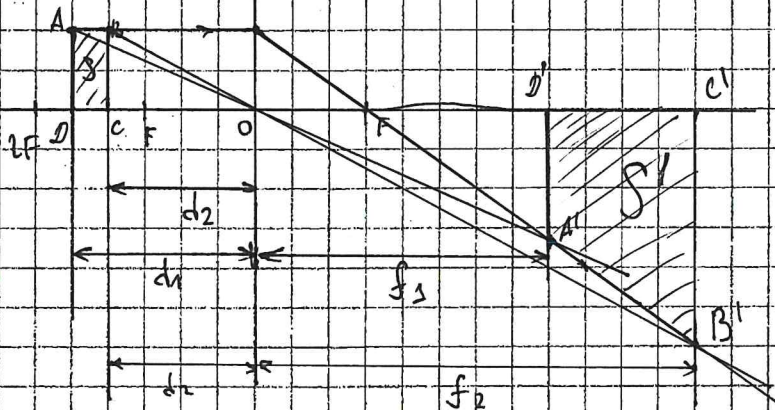
## Задача №1.

Дано: Решение:

$\Gamma_1 = 2,5$   $\textcircled{1}$  Поскольку  $\Gamma_1 > 1$  и  $\Gamma_2 > \Gamma_1$ , то  $ABCD$  касается линзы  $EF$ .

$\frac{S'}{S} = ?$   $\textcircled{2}$   $A'B'C'D'$  - трапеция  $\Rightarrow S' = \frac{A'D' + B'C'}{2} \cdot D'C'$

$$S = AD \cdot DC.$$



$$DC = d_1 - d_2, \quad D'C' = f_2 - f_1$$

$$\textcircled{3} \quad \Gamma = \frac{h'}{h} = \frac{f}{d}, \quad \Gamma_1 = \frac{A'D'}{AD} = \frac{f_1}{d_1} \Rightarrow A'D' = \Gamma_1 AD; \quad f_1 = \Gamma_1 d_1$$

$$\Gamma_2 = \frac{B'C'}{BC} = \frac{f_2}{d_2} \Rightarrow B'C' = \Gamma_2 BC; \quad f_2 = \Gamma_2 d_2.$$

$\textcircled{4}$  Формула тонкой линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2}$$

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{\Gamma_1 d_1} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{\Gamma_2 d_2} \Rightarrow \frac{\Gamma_1 + 1}{\Gamma_1 d_1} = \frac{\Gamma_2 + 1}{\Gamma_2 d_2} \Rightarrow d_2 = \frac{\Gamma_1(d_1)(\Gamma_2 + 1)}{\Gamma_2(\Gamma_1 + 1)}$$

$$\frac{S'}{S} = \frac{(\Gamma_1 AD + \Gamma_2 BC)(f_2 - f_1)}{2 AD \cdot (d_1 - d_2)} = \frac{2,5 d_1 \cdot (6 + 2)}{6 \cdot (2,5 - 1) d_2} = \frac{5}{6} \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow d_1 = 1,2 d_2$$

$$\frac{S'}{S} = \frac{(\Gamma_1 + \Gamma_2)(\Gamma_2 d_2 - \Gamma_1 \cdot 1,2 d_2)}{2(1,2 d_2 - d_2)} = \frac{(\Gamma_1 + \Gamma_2)(\Gamma_2 - 1,2 \Gamma_1)}{2(0,2)} = \frac{(2,5 + 6)(6 - 2,5 \cdot 1,2)}{0,4} = \frac{3 \cdot 8,5}{0,4} = 63,75.$$

Ответ: 63,75.

### Задача 2.

Дано:

Диаметр:

$$m_1 = 3 \text{ кг}$$

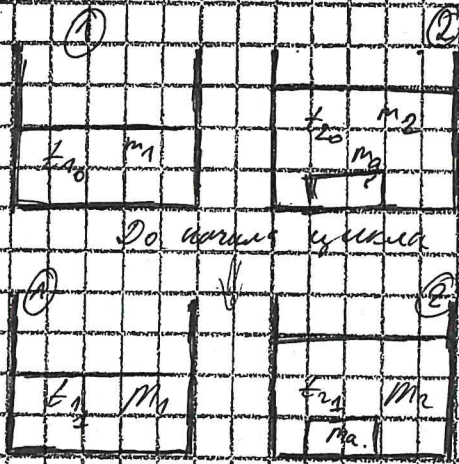
$$t_{10} = 10^\circ \text{C}$$

$$m_2 = 4 \text{ кг}$$

$$t_{20} = 90^\circ \text{C}$$

$$m_3 = 1 \text{ кг}$$

$$\Delta t \leq 5^\circ \text{C}$$



До начала смешивания

После смешивания

Рассмотрим процесс, произошедший за 1 секунду.

1) Температуры воды в 1 и 2:

$$c_1 m_1 (t_{11} - t_{10}) = c_2 m_2 (t_{20} - t_{11})$$

$$t_{11} (c_1 m_1 + c_2 m_2) = c_1 m_1 t_{10} + c_2 m_2 t_{20}$$

$$t_{11} = \frac{c_1 m_1 t_{10} + c_2 m_2 t_{20}}{c_1 m_1 + c_2 m_2}$$

2) Температуры воды в 1 и 3:

$$c_1 m_2 (t_{20} - t_{21}) = c_2 m_3 (t_{21} - t_{11})$$

$$t_{21} (c_1 m_2 + c_2 m_3) = c_1 m_2 t_{20} + c_2 m_3 t_{11}$$

$$t_{21} = \frac{c_1 m_2 t_{20} + c_2 m_3 t_{11}}{c_1 m_2 + c_2 m_3}$$

$$t_{21} = \frac{4200 \cdot 3 \cdot t_{20} + 900 \cdot 1 \cdot t_{11}}{4200 \cdot 4 + 900 \cdot 1} = \frac{900(14 t_{20} + t_{11})}{15 \cdot 900} = \frac{14 t_{20} + t_{11}}{15}$$

$$17700 t_{21} = 843 t_{20} + 92 t_{10}$$

$$3) t_{21} = t_{11} = \frac{843 t_{20} + 92 t_{10}}{885} = \frac{14 t_{20} + t_{10}}{15} = \frac{784}{885} (t_{20} - t_{10})$$

Рассмотрим процесс смешивания воды в 2 и 3.

Для второго случая  $t_{21}$ ,  $t_{11}$  — температура при смешивании

температур, как и для первого  $t_{20}$  и  $t_{10} \Rightarrow (t_{21} - \text{температура в } 2) \text{ на } 1 \text{ на } 1$

$$\Rightarrow t_{21} - t_{11} = \frac{784}{885} (t_{21} - t_{11}) = \frac{784}{885} (t_{20} - t_{10})$$

Для 3-го случая  $t_{21}$  и  $t_{11}$ :

$$t_{21} - t_{11} = \frac{784}{885} (t_{21} + t_{11}) = \frac{784}{885} (t_{20} + t_{10})$$

4) ~~Задача~~ ~~из~~ ~~по~~ ~~указанию~~ ~~по~~ ~~коэффициенту~~ ~~теплопроводности~~.

$t_{2n} - t_{1n} = \left(\frac{784}{885}\right)^n (t_{20} - t_{10})$ , где  $n$  - число пробегиваемых ~~слоев~~, а  $t_{2n}$  и  $t_{1n}$  - это температуры в средах 2 и 1 после  $n$  пробегов ~~слоев~~ ~~стены~~.

$\Delta t = t_{2n} - t_{1n} < 5^\circ\text{C}$

$\left(\frac{784}{885}\right)^n (t_{20} - t_{10}) < 5 \Rightarrow \left(\frac{784}{885}\right)^n < \frac{5}{90-10} = \frac{5}{80} = \frac{1}{16}$   
 $\left(\frac{784}{885}\right)^n < \frac{1}{16} \Rightarrow n \geq 2.4$ , т.к.  $n \in \mathbb{N}$ .  $\Rightarrow$

Для прохождения температуры между средами в двух средах ~~не~~ ~~менее~~  $5^\circ\text{C}$  ~~нужно~~ ~~число~~ ~~пробегов~~ ~~стены~~ ~~минимум~~ 2.4 таких ~~слоев~~.

Отвст: 24 пробегивания

185

Задача 4



- 1) Определить ~~конечную~~ ~~состояние~~ ~~батарейки~~ ~~при~~ ~~замыкании~~ ~~ключей~~.
- 2) Определить ~~и~~ ~~распределение~~ ~~тока~~.
- 3)  $R_0$  - сопротивление материала кабеля  $l_0$  - длина ~~провода~~ ~~кабеля~~.



$R_0$  - сопротивление кабеля.  
 1)  $R_1 = R_4 = \frac{\rho l}{S} = \frac{R_0}{4}$   
 $l_1 = l_4 = \frac{1}{4} l_0$ ;  $l_2 = l_3 = l_0 - \frac{1}{4} l_0 = \frac{3}{4} l_0$   
 $R_2 = R_3 = \frac{\rho l}{S} = \frac{3}{4} \frac{\rho l_0}{S} = \frac{3}{4} R_0$

4) Параллельное соединение:  $R_{AB} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} = \frac{8}{3R_0}$

$$R_{AB} = \frac{32}{3} R_0 \Rightarrow R_{AB} = 32 R_0$$

$$R_0 = \frac{32}{3} R_{AB} \Rightarrow R_{AB} \text{ в } \frac{32}{3} \text{ раза меньше } R_0$$

Ответ:  $R_{AB}$  меньше  $R_{AB0}$  в  $\frac{32}{3}$  раза  
Задача №5.

Дано:

Искомое:

$$l = l_{max} = 0,4 \text{ м}$$

$$H = 1 \text{ см} = 0,01 \text{ м}$$

$$d = 2 \text{ мм} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$d_0 = 4 \text{ мм} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

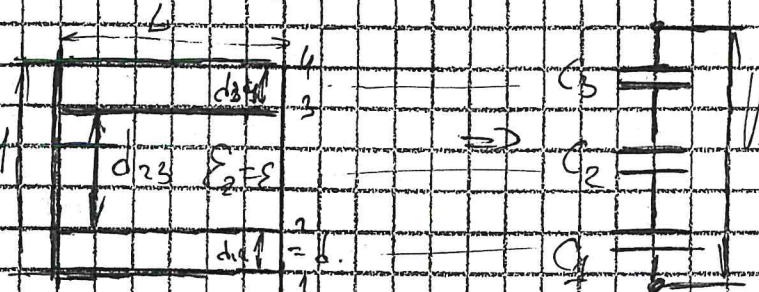
$$U = 400 \text{ В} = 400 \cdot 10^3 \text{ В}$$

$$\epsilon = 20 \frac{\text{кВ}}{\text{см}} = 20 \cdot 10^4 \frac{\text{В}}{\text{м}}$$

$V_{max} = ?$

1) Рассмотрим момент, когда происходит пробой.

Самую тонкую прослойку можно считать конденсатором последовательно соединенных конденсаторов  $\Rightarrow \epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = \epsilon$



$$\epsilon_1 = \epsilon_3 = \epsilon$$

2)  $d_{12} = d$ ;  $d_{24} = (H - d_{12}) - d_{23}$ ;  $S = L^2$

3)  $E = \frac{U}{d} = \frac{U}{d_{23}} \Rightarrow C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d_{23}}$

4)  $C_{total} = \frac{U}{U} = \frac{U}{U}$

5)  $C_1 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d_{12}}$ ;  $C_2 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d_{23}}$ ;  $C_3 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d_{24}} = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{H - d - d_{23}}$

6) ~~...~~  $C_{total} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$  — расчетная составляющая

$$V_{max} = V_{пробой} - V_0 = S d_{23} - S d_0 = L^2 (d_{23} - d_0)$$

$$\frac{U}{\epsilon \epsilon_0 S} = \frac{U}{\epsilon_0 S} + \frac{d_{23}}{\epsilon \epsilon_0 S} + \frac{H - d - d_{23}}{\epsilon \epsilon_0 S}$$

$$\frac{U}{\epsilon} = \frac{U}{\epsilon} + \frac{d_{23}}{\epsilon} + \frac{H - d - d_{23}}{\epsilon}$$

$$d_{23} = \frac{U}{\epsilon} - \frac{H - d}{\epsilon}$$



$$V_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (E - \epsilon V)}{1 - \epsilon}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (\epsilon V - \frac{U}{\epsilon})}{\epsilon - 1}} =$$

$$= 901 \text{ м} \cdot \sqrt{\frac{4 - 1}{4 \cdot 9,01 \text{ м} - \frac{400 \cdot 10^3 \text{ В}}{10^6 \text{ В/м}} - 4 \cdot 10^3 \text{ м}}} =$$

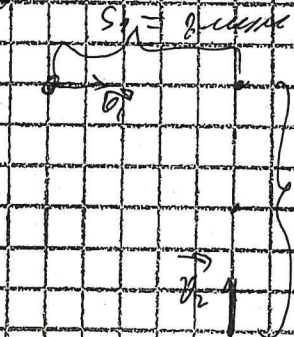
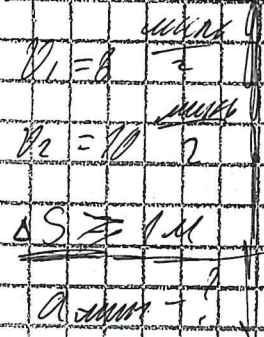
$$= \sqrt{\frac{3 \cdot 0,04 - 9,02}{3} - 4 \cdot 10^{-3}} \cdot 901 \text{ м} = \frac{0,008}{3} \cdot 10^{-3} \text{ м} =$$

$$= 2,67 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3$$

Ответ:  $V_{\text{max}} \approx 2,67 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3$

Анализ:

Динамика:



$S_1 = 8 \text{ м}^2$   
 $S_2 = 10 \text{ м}^2$   
 $S = 10 \text{ м}^2 + \frac{at^2}{2}$   
 П.С. ...  
 ...

$$\Delta S = S_2 - S_1 - \frac{at^2}{2}$$

$$S_1 = 2v_1 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow$$

$$100t^2 - 20t + S_1 = 0$$

$$at^2 + bt + c = 0$$

$$D = 400 + 4500$$

$$t_1 = \frac{20 + \sqrt{4900}}{20}$$

$$t_2 = \frac{20 - \sqrt{4900}}{20}$$

...  
 ...