

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
16	14.03	Хлимов	
Шифр			15027

$$\begin{array}{r} 112131415 \\ 217171010165 \end{array}$$

Шифр

51. $(7+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-a)^2 = 7^2 + 14(a-b) + (a-b)^2 + 2^2 + (b-c)^2 + 4(b-c) + 9^2 + 18(c-a) + (c-a)^2 = 7^2 + 4 + 9^2 + (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 - 4a - 10b + 16c = 7^2 + 4 + 9^2 + (a-b)^2$

52. $P(x) = x^2(x^4 + x^3 - 4x^2 + 1) - x + 506 = x^2 \cdot Q(x) - x + 506$.
Допустим, что x_1 — корень $Q(x)$. Тогда $P(x_1) = x_1^2 \cdot 0 - x_1 + 506$.
Тогда $P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = 4 \cdot 506 - x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 4 \cdot 506 - (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$.

По теореме Виетта для многочлена $Q(x)$:

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1 \Rightarrow$

$\sum_{i=1}^4 P(x_i) = 4 \cdot 506 - (-1) = 4 \cdot 506 + 1 = 2025$.

Ответ: 2025.

53. $x^2 + 6\sqrt{x^2+1} + 11 - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2} \cdot x - 4}{18} = (\sqrt{x^2+1})^2 - 2 \cdot 3\sqrt{x^2+1} + 9 + 1 - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2} \cdot x - 4}{18} = (\sqrt{x^2+1} - 3)^2 + (1 - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2} \cdot x - 4}{18}) = 0$.

Первое слагаемое это квадрат. Оно ≥ 0 . Второе

это разность $1 - \cos 2$, так $|\cos 2| \leq 1$, то

$1 - \cos 2 \geq 0$. Тогда, чтобы было равно нулю, оба слагаемых должны быть равны нулю. $\Rightarrow$

$(\sqrt{x^2+1} - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+1} = 3 \Rightarrow x^2 + 1 = 9 \Rightarrow x = \pm 2\sqrt{2}$.

$1 - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2} \cdot x - 4}{18} = 0 \Rightarrow 1 = \cos \frac{x^2 + \sqrt{2} \cdot x - 4}{18}$.

1) Если $x = +2\sqrt{2}$. Подставим в косинус.

$\cos \frac{8 + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} - 4}{18} = \cos \frac{8 + 4 - 4}{18} = \cos \frac{8}{18} \neq 1$, так

2) Если $x = -2\sqrt{2}$

$\cos \frac{8 - 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} - 4}{18} = \cos \frac{8 - 4 - 4}{18} = \cos 0 = 1$ — подходит.

$\arccos \frac{8}{18} \neq \pi k, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ не подходит.

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

Получает один положительный корень уравнения: $x = -2\sqrt{2}$.

Ответ: $-2\sqrt{2}$.

51. Ответ: 134

$$(7+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-a)^2 = 7^2 + 14(a-b) + (a-b)^2 + 2^2 + 4(b-c) + (b-c)^2 + 9^2 + 18(c-a) + (c-a)^2.$$

Обозначим: $7^2 + 9^2 + 2^2 = 49 + 81 + 4 = 134 = K. \Rightarrow$

$$K + (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 - 4a - 10b + 14c = K + (a-b)^2 + (b-c)^2 - 10(b-c) + (c-a)^2 - 4(a-c) = K + 2(a^2 + b^2 + c^2) - 2ab - 2bc - 2ac - 4a - 10b + 14c =$$

$$K + (a-b)^2 + (b-c-5)^2 + (a-c-2)^2 - 29.$$

Квадрат действительного числа больше либо равен нулю. Рассмотрим минимальное значение $(a-b)^2 + (b-c-5)^2 + (a-c-2)^2$.

$$a^2 + b^2 - 2ab + a^2 + c^2 + 2^2 - 4ac - 2 \cdot 2a + 2 \cdot 2c + (b-c-5)^2 = 2a^2 - 2a(b+c+2) + b^2 + c^2 + 4 + 4c + (b-c-5)^2 = 2a^2 - 2a(b+c+2) + 2b^2 + 2c^2 + 29 + 4c - 2bc - 10b + 10c = 2a^2 - 2a(b+c+2) + 2b^2 + 2c^2 + 29 + 14c - 2bc - 10b.$$

$$D = 4(b+c+2)^2 - 4 \cdot 2(2b^2 + 2c^2 + 29 + 14c - 2bc + 10b) = 4(b^2 + c^2 + 4 + 4c + 4b + 4c - 4b^2 - 4c^2 - 58 - 28c + 4bc + 10b) = 4(b^2 + c^2 + 4 + 4c + 4b + 4c - 4b^2 - 4c^2 - 58 - 28c + 4bc + 10b) = 4(-3b^2 - 3c^2 - 54 + 4b + 4c + 24c) = 12(-2b^2 + 8b - 18 - b^2 - c^2)$$

Минимум этого выражения будет при $a=b=c \Rightarrow$

$$(a-b)^2 + (b-c-5)^2 + (a-c-2)^2 = 0 + 5^2 + 2^2 = 29 \Rightarrow$$

минимум: $K + 29 - 29 = K = 134.$