

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
14		Корженевская	И
Шифр			042116

1.1

$$\begin{aligned}
 & x > y, \quad \frac{x+y}{x-y}, \text{ если } x^2 + y^2 = \frac{5}{2}xy \\
 & x^2 + y^2 - \frac{5}{2}xy = 0 \\
 & (x^2 + 2xy + y^2) - 4,5xy = 0 \\
 & (x+y)^2 - 4,5xy = 0 \\
 & (x+y)^2 = 4,5xy \\
 & x+y = \sqrt{4,5xy} \\
 & (x^2 - 2xy + y^2) - 0,5xy = 0 \\
 & (x-y)^2 = 0,5xy \\
 & x-y = \sqrt{0,5xy}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{x+y}{x-y} &= \frac{\sqrt{4,5xy}}{\sqrt{0,5xy}} = \sqrt{\frac{4,5xy}{0,5xy}} = \sqrt{9} = 3 \\
 & \text{Ответ: } 3
 \end{aligned}$$

1.2

$a^2 - a$ и $a^4 - a$ - целые числа

Дано, что a - целое число

$$\begin{aligned}
 & a^2 - a = a(a-1) \\
 & a^4 - a = a(a^3 - 1) = a(a-1)(a^2 + a + 1)
 \end{aligned}$$

Если $a^2 - a$ и $a^4 - a$, то $a(a-1)$ и $a(a-1)(a^2 + a + 1)$ - целые числа

Т.к. $a(a-1)$ и $a(a-1)(a^2 + a + 1)$ - целые числа, то и $(a-1)$ и $a(a-1)(a^2 + a + 1)$ - соизмеримы $a(a-1)$.

Таким образом a - целое число, что и требовалось доказать.

1	2	3	4	5	Σ
7	0	3	0	4	14

1.3

$$\begin{aligned}
 & \gamma_n = 1 + \frac{2}{n} - \frac{2}{n^2} - \frac{1}{n^3} = \left(1 + \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^3}\right) + 2 \cdot \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n^3}\right) = \frac{n^3 - 1}{n^3} + 2 \cdot \frac{n^2 - 1}{n^3} = \frac{(n^2 - 1)(n^2 + 1)}{n^3} + \frac{2(n^2 - 1)(n^2 + 1)}{n^3} \\
 & 2 \cdot \frac{(n^2 - 1)}{n^3} = \frac{(n^2 - 1)(n^2 + 1 + 2)}{n^3} = \frac{(n^2 - 1)(n^2 + 3)}{n^3} = \frac{(n-1)(n+1) \cdot (n^2 - 1)(n+1)}{n^3} \\
 & \gamma_2 = \frac{(2^2 - 1)(2+1)^2}{2^3} = \frac{3 \cdot 2^2 + 6 + 1^2}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} \\
 & \gamma_3 = \frac{(3^2 - 1)(3+1)^2}{3^3} = \frac{8 \cdot 3^2 + 6 + 1^2}{27} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}
 \end{aligned}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

$$r_4 = \frac{(4-1)(4+1)^3}{4^4} = \frac{3 \cdot 5^3}{4^4}$$

$$r_5 = \frac{(5-1)(5+1)^3}{5^4} = \frac{4 \cdot 6^3}{5^4}$$

$$r_2 = a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 = \frac{3^3}{2^4} \cdot \frac{2 \cdot 4^3}{3^4} \cdot \frac{3 \cdot 5^3}{4^4} \cdot \frac{4 \cdot 6^3}{5^4} = \frac{1}{8}$$

X

✓4

Пусть n_1 и n_2 - кол-во яблок в 1-ой и 2-ой корзинах

S_1 и S_2 - вес яблок в 1-ой и 2-ой корзинах

$n_1 = \frac{S_1}{m_1}$ - средний вес в 1-ой корзине

$n_2 = \frac{S_2}{m_2}$ - средний вес в 2-ой корзине

а) в 1-ю $n_1 + 1$ ябл.; вес $S_1 + x$

б) во 2-ю $n_2 + 1$ ябл.; вес $S_2 + x$

$$m_1 = \frac{S_1 + x}{n_1 + 1}$$

$$m_2 = \frac{S_2 + x}{n_2 + 1}$$

$$m_1 = m_2 + 3$$

$$m_2 = m_1 + 3$$

$$\frac{S_1 + x}{n_1 + 1} = \frac{S_1}{n_1 + 3}$$

$$n_2(S_2 + x) = S_2(n_2 + 1) + 3m_2(n_2 + 1)$$

$$n_2 S_2 + n_2 x = S_2 n_2 + S_2 + 3n_2^2 + 3n_2$$

$$n_2 x = S_2 + 3n_2^2 + 3n_2$$

ответ: 602

отвечает?

$$n_1(S_1 + x) = S_1(n_1 + 1) + 3m_1(n_1 + 1)$$

$$n_1 S_1 + n_1 x = S_1 n_1 + S_1 + 3n_1^2 + 3n_1$$

$$n_1 x = S_1 + 3n_1^2 + 3n_1$$

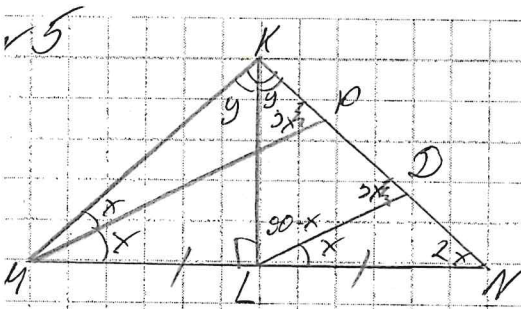
$$S_1 = n_1 x + 3n_1^2 + 3n_1$$

$$\frac{S_2 + x}{n_2 + 1} = \frac{S_2}{n_2 + 3}$$

$$6) \frac{S_1 + 2x}{n_1 + 2} = \frac{S_1}{n_1} = 403$$

$$\frac{S_2 + 2x}{n_2 + 2} = \frac{S_2}{n_2} = 403$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			



Дано: $\triangle KMN$ - р/с, KL и MP ссс-сы,

$$MP = 2KL$$

Найти: $\angle MKN$

Решение

1) Построим LD так, что $LD \parallel MP$

2) $\triangle MPN \overset{90}{\sim} \triangle LDN$ ($\angle PMN = \angle DLN$ - соответств. ($MP \parallel LD$, MP - ссс.), $\angle PNL = \angle DNL$ - ссс.) $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \frac{MP}{LD} = \frac{MN}{LN} = \frac{2}{1} = 2$

3) $\frac{MP}{KL} = 2$, $\frac{MP}{LD} = 2 \Rightarrow KL = LD$

4) $\triangle KLD$ - р/с

$\therefore \angle KLD = \angle LDK = 3x$, $y = 3x$

? корректнее.

5) По т. о сумме $\angle$ в $\triangle$ -ке: $y + (90 - x) + 3x = 180^\circ$

$$3x + (90 - x) + 3x = 180$$

$$3x + 90 - x + 3x = 180$$

$$5x = 90 \quad | :5$$

$$x = 18$$

6) $\angle K = y + y = 3x + 3x$

$$\angle K = 18 \cdot 3 + 18 \cdot 3 = 54 + 54 = 108^\circ$$

Иском. 108°

✓