Место для скобы

Шифр Ф1Ф-11-41

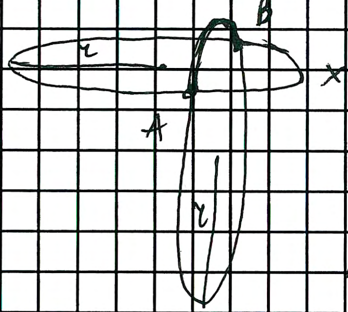
Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
65			

№ 4

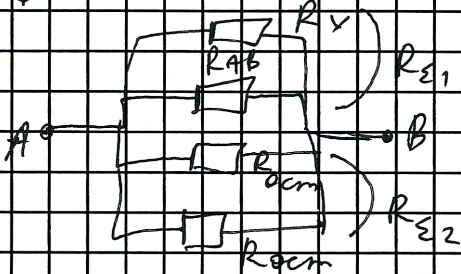
$x = \frac{1}{3} l$

$\frac{R_\Sigma}{R} - ?$



$R = \frac{\rho l}{S}$, $R_x = \frac{1}{3} \cdot \frac{\rho l}{S}$ – сопротивление участка $x = R_{AB}$, т.к. кольца из проволоки одинаковые, дуги опираются на AB. $\Rightarrow$ остальные части: $R_{ост} = \frac{2}{3} \frac{\rho l}{S}$.

Перерисуем:



4 параллельно соединённых сопротивления $\Rightarrow R_\Sigma = \frac{R_{\Sigma 1} \cdot R_{\Sigma 2}}{R_{\Sigma 1} + R_{\Sigma 2}}$.

$R_{\Sigma 1} = \frac{R_{AB}}{2} = \frac{1}{6} \cdot \frac{\rho l}{S}$, $R_{\Sigma 2} = \frac{R_{ост}}{2} = \frac{1}{3} \frac{\rho l}{S} \Rightarrow$

$\Rightarrow R_\Sigma = \frac{\frac{1}{18} \left(\frac{\rho l}{S}\right)^{\cancel{2}}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{\rho l}{\cancel{S}}} = \frac{1}{9} \cdot \frac{\rho l}{S} \Rightarrow \frac{R_\Sigma}{R} = \frac{1}{9} \Rightarrow$ в 9 раз

Ответ: в 9 раз.

№ 5

$L \times L = 100 \cdot 100$ мм²

$H = 10$ мм

$d = 2$ мм

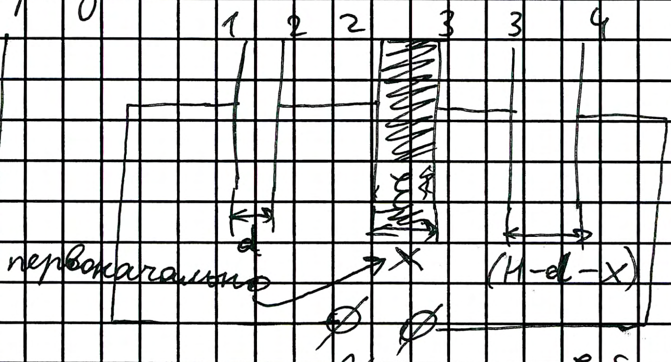
$\varepsilon = 4$

$U = 400 \cdot 10^3$ В

$V = 25 \cdot 10^3$ мм³

$E_3 = 20 \cdot 10^3$ В/мм

$x - ?$



$V = L^2 \cdot l \Rightarrow$

$\Rightarrow l = \frac{V}{L^2} = \frac{25 \cdot 10^3}{10^4} =$

$= 2,5$ (мм).

Найдём ёмкости конденсаторов:

$C_{12} = \frac{\varepsilon_0 S}{d} = \frac{\varepsilon_0 L^2}{d}$;

$C_{23} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon L^2}{l}$; $C_{34} = \frac{\varepsilon_0 L^2}{H - d - l}$.

$E_{23} = \frac{U_{23}}{l} = \frac{q}{C_{23} \cdot l} = \frac{q \cdot \cancel{l}}{\varepsilon_0 \varepsilon L^2 \cdot \cancel{l}} = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon L^2}$.

Место для скобы

Шифр Ф1Ф-11-41

№5 (продолжение) Т.к. конденсаторы подключ. последовательно, то $q_{\Sigma} = q_1 = q_2 = q_3 \Rightarrow q = E_{23} \cdot \varepsilon_0 \varepsilon L^2$.

$C_{\Sigma} = \frac{q_{\Sigma}}{U}$ Найдём C_{Σ} (первоначальное): $C_{\Sigma} = \frac{C_{12} C_{23} C_{34}}{C_{12} C_{23} + C_{23} \cdot C_{34} + C_{34} \cdot C_{12}} =$

$$= \frac{\frac{\varepsilon_0 L^2}{d} \cdot \frac{\varepsilon_0 \varepsilon L^2}{x} \cdot \frac{\varepsilon_0 L^2}{H-d-x}}{\frac{\varepsilon_0 L^2}{d} \cdot \frac{\varepsilon_0 \varepsilon L^2}{x} + \frac{\varepsilon_0 \varepsilon L^2}{x} \cdot \frac{\varepsilon_0 L^2}{H-d-x} + \frac{\varepsilon_0 L^2}{d} \cdot \frac{\varepsilon_0 L^2}{H-d-x}} =$$

$$= \frac{\varepsilon \varepsilon_0 L^2}{dx(H-d-x)\left(\frac{\varepsilon^{(H-d-x)}}{dx} + \frac{\varepsilon^{(d}}{x(H-d-x)} + \frac{1^{(x}}{d(H-d-x)}\right)} =$$

$$= \frac{\varepsilon_0 \varepsilon L^2}{\varepsilon(H-d-x) + \varepsilon d + x} \Rightarrow C_{\Sigma} = \frac{q_{\Sigma}}{U} = \frac{E_{23} \cdot \varepsilon_0 \varepsilon L^2}{U} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\varepsilon_0 \varepsilon L^2}{\varepsilon(H-d-x) + \varepsilon d + x} = \frac{E_{23} \cdot \varepsilon_0 \varepsilon L^2}{U} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U = E_{23}(\varepsilon H - \cancel{\varepsilon d} - \varepsilon x + \cancel{\varepsilon d} + x)$$

$$\varepsilon H + x(1-\varepsilon) = \frac{U}{E_{23}} \Rightarrow \varepsilon H - x(\varepsilon - 1) = \frac{U}{E_{23}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varepsilon H - \frac{U}{E_{23}} = x(\varepsilon - 1) \Rightarrow x = \frac{\varepsilon H - \frac{U}{E_{23}}}{\varepsilon + 1} = \frac{4 \cdot 10 - \frac{400}{20}}{5} =$$

$= 4$ (мм)

Ответ: 4 мм.

№2

$v_1 = 8$ миль/ч

$v_2 = 10$ миль/ч

a - ?

Чтобы второй корабль первым прошёл точку пересечения траекторий, нужно чтобы они оказались на горизонтали через 1 клетку $\Rightarrow$ 2 корабль должен пройти 10 миль, а первый 7 миль (из данного рисунка) $\Rightarrow$ $S_1 = \frac{v_{12}^2 - v_{11}^2}{2a} = \frac{v_{12}^2 - 64}{2a} = 7$ (1), ~~$S_2 = \frac{v_2^2 - 100}{}$~~

$S_2 = \frac{v_{22}^2 - v_{21}^2}{2a} = \frac{v_{22}^2 - 100}{2a} = 10$ (2) (в проекции на OY и OX)

Запишем v_{12} и v_{22} в проекциях на OY и OX:

Место для скобы

Шифр Ф1Ф-11-41

48

(продолжение №2)

$v_{12} = v_{11} + at$, $v_{12} = 8 + at$; $v_{22} = v_{21} + at \Rightarrow v_{22} = 10 + at$,

подставим в (1) и (2): (1): $7 = \frac{\cancel{64} + 16\cancel{a}t + a^{\cancel{2}}t^2 - \cancel{64}}{2\cancel{a}} \Rightarrow$

$\Rightarrow 16t + at^2 = 14 \Rightarrow at^2 + 16t - 14 = 0$. (3)

(2): $10 = \frac{\cancel{100} + 20\cancel{a}t + a^{\cancel{2}}t^2 - \cancel{100}}{2\cancel{a}} \Rightarrow 20t + at^2 = 20 \Rightarrow$

$\Rightarrow at^2 + 20t - 20 = 0$; Выразим a: $a = \frac{20 - 20t}{t^2}$, в (3):

$20 - 20t + 16t - 14 = 0 \Rightarrow 6 - 4t = 0 \Rightarrow t = \frac{6}{4} = 1,5$ (ч) $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ подставим в (3): $a \cdot 2,25 + 24 - 14 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2,25a = -10 \Rightarrow a \approx -4,4$ (миль/ч)

Ответ: $-4,4$ миль/час.

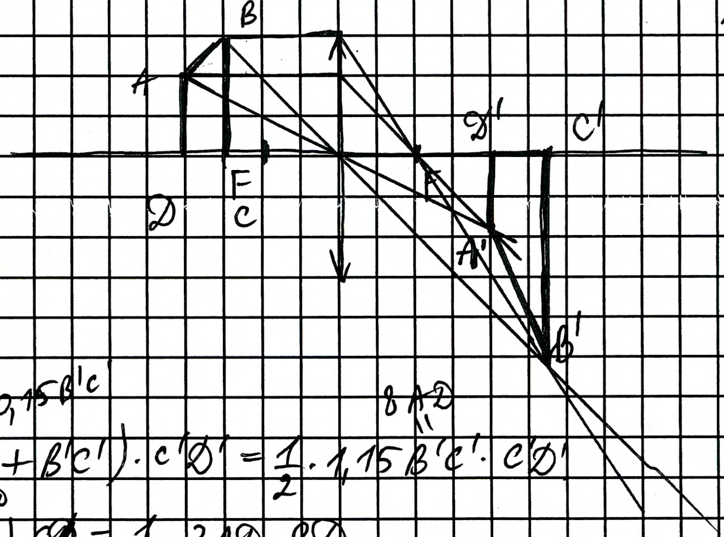
№1

$\Gamma_1 = 1,2 = \frac{A'D'}{AD}$

$\Gamma_2 = 4 = \frac{B'C'}{BC}$

$BC = 2AD$

$\frac{S'}{S} - ?$



$4 = \frac{B'C'}{BC} = \frac{B'C'}{2AD} \Rightarrow$

$\Rightarrow B'C' = 8AD$.

$\frac{A'D'}{AD} = 1,2 \Rightarrow A'D' = 1,2AD$

$\frac{B'C'}{A'D'} = \frac{8\cancel{AD}}{1,2\cancel{AD}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{A'D'}{B'C'} = \frac{15}{100} = 0,15$

$S' = \frac{1}{2}(\underbrace{A'D'}_{=0,15B'C'} + B'C') \cdot C'D' = \frac{1}{2} \cdot 1,15 \underbrace{B'C'}_{8AD} \cdot C'D'$

$S = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot 3AD \cdot CD$

$\frac{S'}{S} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}} \cdot 1,15 \cdot 8\cancel{AD} \cdot C'D'}{\cancel{\frac{1}{2}} \cdot 3\cancel{AD} \cdot CD} = \frac{9,2 \cdot C'D'}{3 \cdot CD}$. (2) ~~т.к. BC = 2AD ⇒~~

~~⇒ т.к. трап-я прямоуг., то~~

$\left.\begin{aligned} \frac{1}{d_C} + \frac{1}{f_C} = \frac{1}{F} \\ \frac{1}{d_D} + \frac{1}{f_D} = \frac{1}{F} \end{aligned}\right\}$ разделим: $\frac{\frac{d_C + f_C}{d_C f_C}}{\frac{d_D + f_D}{d_D f_D}} = 1 \Rightarrow \frac{(d_C + f_C) d_D f_D}{d_C f_C (d_D + f_D)} = 1$ (1)

продолжение №1

$\frac{f_D}{d_D}=1{,}2$, $\frac{f_c}{d_c}=4$ $\Rightarrow$ $f_D=1{,}2\,d_D$, $f_c=4d_c$ $\Rightarrow$ подставим

в (1): $\frac{(d_c+4d_c)\,d_D\cdot 1{,}2\,d_D}{d_c f_c (d_D+f_D)} = \frac{5\cancel{d_c}\cdot d_D\cdot 1{,}2\,\cancel{d_D}}{4d_c\cdot \cancel{d_c}\cdot 2{,}2\,\cancel{d_D}} = \frac{6\,d_D}{8{,}8\,d_c}=1$

$\Rightarrow \frac{d_D}{d_c}=\frac{8{,}8}{6} \Rightarrow d_D=\frac{8{,}8}{6}d_c$

$CD = d_D - d_c = \frac{8{,}8}{6}d_c - d_c = \frac{2{,}8\,d_c}{6} = \frac{1{,}4\,d_c}{3}$

$C'D' = f_c - f_D = 4d_c - 1{,}2\,d_D = 4d_c - 1{,}2\cdot\frac{8{,}8}{6}d_c = 4d_c - 1{,}76\,d_c =$

$= 2{,}24\,d_c \Rightarrow \frac{C'D'}{CD} = \frac{2{,}24\,d_c\cdot 3}{1{,}4\,d_c} = 4{,}8 \Rightarrow$ в (2):

$\frac{S'}{S} = \frac{9{,}2\cdot C'D'}{3\cdot CD} = \frac{9{,}2\cdot 4{,}8}{3} = 14{,}72$

Ответ: 14,72.

№3

$m_1=3$ кг

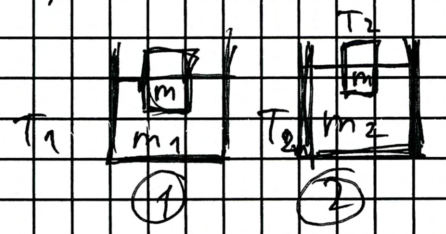
$m_2=4$ кг

$m=1$ кг

$\Delta T=5\,^\circ C$

$T_1=10\,^\circ C$

T_2 – ?



Первый цикл: 1) помещаем ал. брусок в воду 1: $|Q_{в_1}|=|Q_{б_1}|$

$Q_б = c_{ал}\,m\,(T_1' - T_2) \Rightarrow Q_б =$

$= |c_{ал}\,m\,(T_2 - T_1')| = |Q_в| = c_в m_1 (T_1' - T_1) \Rightarrow$

$\Rightarrow c_{ал}\,m\,T_2 - c_{ал}\,m\,T_1' = c_в m_1 T_1' - c_в m_1 T_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow T_1' = \frac{c_{ал}\,m\,T_2 + c_в m_1 T_1}{c_{ал}\,m + c_в m_1}$.

Вернули в воду 2: $|Q_{б_2}| = |Q_{в_2}| \Rightarrow Q_б = c_{ал}\,m\,(T_2' - T_1')$,

$|Q_в| = |c_в m_2 (T_2' - T_2)| = c_в m_2 (T_2 - T_2') \Rightarrow$

$\Rightarrow c_{ал}\,m\,T_2' - c_{ал}\,m\,T_1' = c_в m_2 T_2 - c_в m_2 T_2' \Rightarrow$

$\Rightarrow T_2' = \frac{c_{ал}\,m\,T_1' + c_в m_2 T_2}{c_{ал}\,m + c_в m_2} = \frac{c_{ал}\,m\left(\frac{c_{ал}\,m\,T_2 + c_в m_1 T_1}{c_{ал}\,m + c_в m_1}\right) + c_в m_2 T_2}{c_{ал}\,m + c_в m_2}$

$\Rightarrow$

Место для скобы

Шифр Ф1Ф-11-41

10б

продолжение №3

$$\Rightarrow T_2' = \frac{c_{ал} m (c_{ал} m T_2 + c_в m_1 T_1) + c_в m_2 T_2 \cdot (c_{ал} m + c_в m_1)}{(c_{ал} m + c_в m_2)^2} -$$

температура бруска в конце 1го цикла $\Rightarrow$ в конце n-го цикла будет : ~~$T_n' = c_{ал} m (c_{ал} m T_2 + c_в m_1 T_1)^n + c_в m_2 T_2 (c_{ал}$~~

$$T_n' = \frac{c_{ал} m (c_{ал} m T_2 + c_в m_1 T_1)^n + c_в m_2 T_2 (c_{ал} m + c_в m_1)^n}{(c_{ал} m + c_в m_2)^{n+1}},$$

$$\Delta T = T_n' - T_{n-1}' = \frac{c_{ал} m (c_{ал} m T_2 + c_в m_1 T_1)^n + \cancel{c_в m_2 T_2 (c_{ал} m + c_в m_1)^n}}{(c_{ал} m + c_в m_2)^{n+1}} -$$

$$- \frac{(c_{ал} m + c_в m_2)(c_{ал} m (c_{ал} m T_2 + c_в m_1 T_1)^{n-1} + \cancel{c_в m_2 T_2 (c_{ал} m + c_в m_1)^{n-1}})}{} =$$

$$= \frac{c_{ал} m (c_{ал} m T_2 + c_в m_1 T_1)^n - (c_{ал} m + c_в m_2)(c_{ал} m (c_{ал} m T_2 + c_в m_1 T_1)}{(c_{ал} m + c_в m_2)^{n+1}} =$$

$= 5°C.$