

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
868 (восемьсот шесть)	11.03.2025	Лелин А.В.	<i>Лелин</i>

Шифр 025-2-Ф-77

① Дано: | Решение:

S, v

Рассмотрим тактику Антона:

$\Delta t - ?$

1) Первый участок. $\frac{S}{3} = S_1 = S_2 = S_3$; S_1, S_2, S_3 - три пути S .

t_1, t_2, t_3 - время, затраченное на S_1, S_2, S_3 соответственно

$$S_1 = \frac{at_1^2}{2} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2S_1}{a}} = \sqrt{\frac{2S}{3a}}$$

2) Второй участок. 3) Третий участок.

$$t_2 = \frac{S_2}{v} = \frac{S}{3v} \quad S_3 = \frac{S}{3} = vt_3 - \frac{at_3^2}{2}; \text{ также } S = \frac{v_k^2 - v_n^2}{-2a} \Rightarrow a = \frac{3v^2}{2S}$$

$$\text{Тогда } \frac{S}{3} = vt_3 - \frac{3v^2 t_3^2}{4S}$$

$$\frac{3v^2 t_3^2}{4S} - vt_3 + \frac{S}{3} = 0$$

Пусть τ_A - общее время на путь для Антона, тогда

$$D = v^2 - 4 \cdot \frac{3v^2}{4S} \cdot \frac{S}{3} = v^2 - v^2 = 0$$

$$\tau_A = t_1 + t_2 + t_3 = \sqrt{\frac{2S}{3a}} + \frac{S}{3v} + \frac{2S}{3v} =$$

$$t_3 = \frac{v \pm 0}{3v^2} \cdot \frac{4S}{2} = \frac{2S}{3v} \quad \text{④} \quad = \sqrt{\frac{2S \cdot 2 \cdot S}{3 \cdot 3 \cdot v^2}} + \frac{S}{3v} + \frac{2S}{3v} = \frac{5S}{3v} \quad \text{④}$$

Рассмотрим тактику Бориса: t'_1, t'_2, t'_3 - равные доли всего времени

$t'_1 = t'_2 = t'_3 = \frac{t}{3}$ S'_1, S'_2, S'_3 - пути, пройденные за t'_1, t'_2, t'_3 соответственно.

$$1) S'_1 = \frac{at'^2_1}{2} = \frac{at^2}{18}; \quad v = \frac{at}{3} \Rightarrow t = \frac{3v}{a}, \text{ откуда } S'_1 = \frac{a \cdot 9v^2}{18a^2} = \frac{v^2}{2a^2}$$

$$2) S'_2 = vt'_2 = \frac{vt}{3}$$

$$3) S'_3 = vt'_3 - \frac{at'^2_3}{2} = \frac{vt}{3} - \frac{at^2}{18}; \text{ также } S'_3 = \frac{0 - v^2}{-2a} \Rightarrow a = \frac{v^2}{2S'_3}$$

$$S'_3 = \frac{vt}{3} - \frac{v^2 t^2}{36 S'_3} = \frac{vt}{3} \left(1 - \frac{vt}{12 S'_3} \right) \Rightarrow 36 S'^2_3 - 12vt S'_3 + (vt)^2 = 0$$

$$D = 144v^2 t^2 - 144v^2 t^2 = 0$$

$$S'_3 = \frac{12vt}{720} = \frac{vt}{6}. \text{ П.к. первый и третий участки были пройдены с одина-}$$

ковым временем и ускорением, то $S'_1 = S'_3 = \frac{vt}{6}$; S - общий путь, τ_B - время

$$S = S'_1 + S'_2 + S'_3 = \frac{vt}{6} + \frac{vt}{3} + \frac{vt}{6} \Rightarrow S = \frac{2vt}{3} \Rightarrow \tau_B = \frac{3S}{2v} = \frac{9S}{6v} \quad \text{⑥}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр 025-2-Ф-77

$$\Delta t = \tau_A - \tau_B = \frac{5s^2}{3v} - \frac{gs}{6v} = \frac{10s - gs}{6v} = \frac{s}{6v}$$

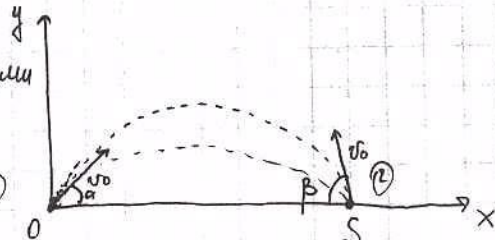
Ответ: $\frac{s}{6v}$ + (18)

2. Дано: Вешение:

v_0, S, α, β ~~Сам обозначить~~ $\pm$ помеча координатами $(0; 0)$, а $\pi - (S; 0)$.

$d = ?$

Левый мех запустили с углом α , чтобы мех попал в $(S; 0)$ необходимо, чтобы:



$S = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$, для правого мехе, кроме того условие дано некий,

что $\beta = 90^\circ - \alpha$ +

① $x_1 = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t, y_1 = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$

Поме м.к. $\beta = 90^\circ - \alpha$, то

② $x_2 = S - v_0 \cos \beta \cdot t, y_2 = v_0 \cdot \sin \beta \cdot t - \frac{gt^2}{2}$

$\cos \beta = \sin \alpha; \sin \beta = \cos \alpha$

Расстояние между мехами в момент t имеет следующий вид:

$d(t) = \sqrt{(v_0(\cos \alpha + \sin \alpha)t - S)^2 + (v_0(\sin \alpha - \cos \alpha)t)^2}$ +

п.к. $(\cos \alpha + \sin \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 2$, то $d^2(t) = 2v_0^2 t^2 - 2S \cdot v_0(\cos \alpha + \sin \alpha)t + S^2$

Если t минимизировать, то расстояние миним. $t_{\min} = \frac{S(\cos \alpha + \sin \alpha)}{2v_0}$, подставим

$d^2(t_{\min}) = 2v_0^2 \cdot \left(\frac{S(\cos \alpha + \sin \alpha)}{2v_0} \right)^2 - \frac{2S \cdot v_0(\cos \alpha + \sin \alpha) \cdot S(\cos \alpha + \sin \alpha)}{2v_0} =$
 $= S^2 \left(1 - \frac{(\cos \alpha + \sin \alpha)^2}{2} \right)$. Так как $(\cos \alpha + \sin \alpha)^2 = 1 + \sin 2\alpha$, а $\sin 2\alpha = \frac{Sg}{v_0^2}$,

то получаем, что

$d = S \cdot \sqrt{1 - \frac{Sg}{v_0^2}}$

Ответ: $S \cdot \sqrt{\frac{1 - \frac{Sg}{v_0^2}}{2}}$

(20)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр 025-2-Ф-77

4. Дано:

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$

$F_1 = ?$

Решение:

Пусть сторона треугольника - a , тогда:

$$\varphi = \frac{k \cdot q}{a} \Rightarrow q = \frac{\varphi \cdot a}{k}$$

$$q_1 = \frac{\varphi_1 \cdot a}{k}; q_2 = \frac{\varphi_2 \cdot a}{k}; q_3 = \frac{\varphi_3 \cdot a}{k}$$

Чтобы определить силу, воспользуемся законом Кулона:

$$F = k \frac{q_1 \cdot q_2}{a^2}$$

На шарик 1 действуют второй и третий шарики, разделим силы для двух.

$$F_{12} = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_2}{a^2} = \frac{k \left(\frac{\varphi_1 \cdot a}{k} \right) \left(\frac{\varphi_2 \cdot a}{k} \right)}{a^2} = \frac{\varphi_2 \cdot \varphi_1}{k}$$

$$F_{13} = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_3}{a^2} = \frac{k \left(\frac{\varphi_1 \cdot a}{k} \right) \left(\frac{\varphi_3 \cdot a}{k} \right)}{a^2} = \frac{\varphi_3 \cdot \varphi_1}{k}$$

F_1 найдём через треугольник по теореме косинусов:

$$F_1 = \sqrt{F_{12}^2 + F_{13}^2 - 2 F_{12} \cdot F_{13} \cdot \cos 120^\circ} = \sqrt{\frac{\varphi_2^2 \cdot \varphi_1^2}{k^2} + \frac{\varphi_3^2 \cdot \varphi_1^2}{k^2} + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\varphi_2 \cdot \varphi_1}{k} \cdot \frac{\varphi_3 \cdot \varphi_1}{k}} =$$

$$= \frac{\varphi_1}{k} \sqrt{\varphi_2^2 + \varphi_3^2 + \varphi_2 \cdot \varphi_3}$$

Ответ: $\frac{\varphi_1}{k} \sqrt{\varphi_2^2 + \varphi_3^2 + \varphi_2 \cdot \varphi_3}$

5. Дано:

$$V = 5000 \text{ м}^3$$

$$\rho_{\text{ж}} = 110 \text{ кг/м}^3$$

$$= 11 \cdot 10^4 \text{ Па}$$

$$T = 43^\circ \text{C} = 316 \text{ K}$$

$$\varphi_1 = 10\%; \varphi_2 = 90\%$$

$$\rho_{\text{ж}} = 9000 \text{ Па}$$

$$\rho_{\text{атм}} = 10^5 \text{ Па}$$

$m = ?$

Решение:

Плотность газа ρ изменится вследствие изменения плотности воздуха, который изменится вследствие изменения относительной влажности.

$$\rho V = \frac{m}{M} R T, \text{ откуда } \rho = \frac{p R T}{M} \Rightarrow \rho = \frac{p \cdot M}{R \cdot T}$$

Давление воздуха рассчитывается как сумма "сухого" воздуха и водяного пара (или давления) при определённой

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр 025-2-Ф-77

относительной влажности.

Пусть p_b, p_c, p_n - общее давление воздуха, сухого воздуха и водяного пара соответственно. Известно, что $M_{H_2O} = 18 \cdot 10^{-3} \left(\frac{\text{кг}}{\text{моль}} \right)$, $M_{\text{воз}} = 29 \cdot 10^{-3} \left(\frac{\text{кг}}{\text{моль}} \right)$

Тогда $p_b = p_n + p_c$

$$p_n = p_n \cdot \varphi_1 = 9000 \cdot 0,1 = 900 \text{ (Па)} \quad p_c = p_{\text{атм}} - p_n = 10^5 - 900 = 99100 \text{ (Па)} +$$

ρ_b, ρ_c, ρ_n - плотность всего воздуха, водяного пара и сухого воздуха.

$$\rho_b = \frac{p_n \cdot M_{H_2O}}{R \cdot T} + \frac{p_c \cdot M_{\text{воз}}}{R \cdot T} = \frac{900 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 316} + \frac{99100 \cdot 29 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 316} \approx 1,1 \left(\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right) +$$

Теперь рассчитаем плотность воздуха ρ'_b в области с φ_2 , аналогично первому случаю:

$$p'_n = p_n \cdot \varphi_2 = 9000 \cdot 0,9 = 8100 \text{ (Па)} \quad p'_c = 10^5 - 8100 = 91900 \text{ (Па)}$$

$$\rho'_b = \frac{p'_n \cdot M_{H_2O}}{R \cdot T} + \frac{p'_c \cdot M_{\text{воз}}}{R \cdot T} = \frac{8100 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 316} + \frac{91900 \cdot 29 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 316} \approx 1,07 \left(\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right)$$

$$\Delta F_A = \Delta \rho g V = (p_1 - p_2) \cdot g \cdot V = (1,1 - 1,07) \cdot 10 \cdot 5000 = 1500 \text{ (Н)}; \Delta F_A = \Delta m \cdot g$$

Отсюда найдём массу балласта, который необходимо сбросить, чтобы шар перестал скататься. ($\Delta m = m$)

$$\Delta m = \frac{\Delta F_A}{g} = \frac{1500}{10} = 150 \text{ (кг)}$$

Таким образом $m = 150 \text{ кг}$.

Ответ: 150 кг.

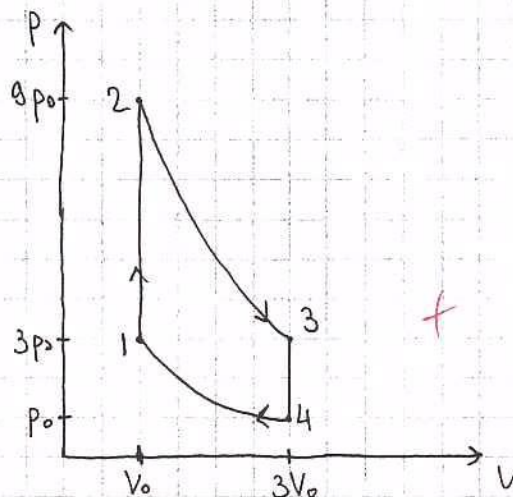
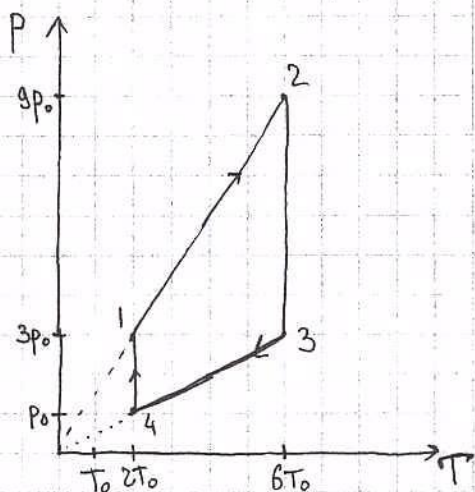
(206)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр 025-2-Ф-77

3.

Перестроим график в координаты pV



Теперь рассмотрим каждый участок цикла:

1-2: изобарный нагрев

$$A=0 \quad \Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \nu R (6T_0 - 2T_0) = 6 \nu R T_0 \quad (+2)$$

2-3: адиабатическое расширение

$$\Delta U=0 \quad A_{23} = \nu R 6T_0 \cdot \ln \frac{3V_0}{V_0} \quad (+2)$$

3-4: изобарное сжатие

$$A=0 \quad \Delta U_{34} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \nu R (2T_0 - 6T_0) = -6 \nu R T_0 \quad (+2)$$

4-1: адиабатическое сжатие

$$A_{41} = -\nu R 2T_0 \cdot \ln \frac{3V_0}{V_0} \quad *$$

При расширении работа газа положительна $\Rightarrow Q > 0$

При сжатии - отрицательна $\Rightarrow Q < 0$

$$Q_H = A_{23} \quad ; \quad Q_X = A_{41} \quad - \quad \eta = 1 - \frac{Q_X}{Q_H}$$

$$\eta = 1 - \frac{2 \nu R T_0 \cdot \ln \frac{3V_0}{V_0}}{6 \nu R T_0 \cdot \ln \frac{3V_0}{V_0}} = 1 - \frac{1}{3} \approx 0,67$$

$$\eta = 0,67 \cdot 100\% = 67\%$$

Ответ: 67%.