

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
13		Коресневая	И
Шифр			042030

N1

$$\frac{x+y}{x-y} = ?$$

$$x > y$$

$$x^2 + y^2 = \frac{10}{3}xy \quad | : y^2$$

$$\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{y^2} = \frac{10}{3} \frac{xy}{y^2}$$

$$\frac{x^2}{y^2} + 1 = \frac{10}{3} \frac{x}{y}$$

$$\text{Пусть } \frac{x}{y} = t$$

$$t^2 + 1 = \frac{10}{3}t \quad | \cdot 3$$

$$3t^2 + 3 = 10t$$

$$3t^2 - 10t + 3 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 10^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 100 - 36 = 64$$

$$t_1 = \frac{10+8}{2 \cdot 3} = \frac{18}{6} = 3$$

$$t_2 = \frac{10-8}{2 \cdot 3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{x}{y} = 3$$

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{3} \text{ — п.к., потому что } \frac{x}{y} > 1, \text{ т.к. } x > y$$

$$\frac{x}{y} > 1 \Rightarrow \frac{x}{y} = 3$$

$$x = 3y$$

$$\frac{x+y}{x-y} = \frac{3y+y}{3y-y} = \frac{4y}{2y} = 2$$

Ответ: 2

1	2	3	4	5	6
7	2	2	2	0	13

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

✓ 2

$$a \geq 1; b \geq 2; c \geq 3 \quad \text{Д-ть: } a+b+c \geq 7$$

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq 21$$

если взять наименьшие значения

$$a=1; b=2; c=3$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 = 1 + 4 + 9 = 14$$

$14 < 21$ - неверно $\Rightarrow$ какое-то из значений нужно увеличить

$$\text{пусть } c=4$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 1^2 + 2^2 + 4^2 = 1 + 4 + 16 = 21$$

$$21 \geq 21 - \text{верно} \Rightarrow$$

$$\text{чтобы } a^2 + b^2 + c^2 \geq 21$$

$$a \geq 1; b \geq 2; c \geq 4$$

$$a+b+c = 1+2+4 \geq 7$$

$$7 \geq 7 - \text{верно} \Rightarrow$$

$$a+b+c \geq 7, \text{ т.е. } \checkmark$$

✓ a, b, c

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

№ 3

$$a_n = 1 + \frac{2}{n} - \frac{2}{n^3} - \frac{1}{n^4}$$

$$a_n = \frac{n^4 + 2n^3 - 2n - 1}{n^4}$$

$$a_2 = \frac{2^4 + 2 \cdot 2^3 - 2 \cdot 2 - 1}{2^4} = \frac{16 + 16 - 4 - 1}{16} = \frac{27}{16}$$

$$a_3 = \frac{3^4 + 2 \cdot 3^3 - 2 \cdot 3 - 1}{3^4} = \frac{81 + 54 - 6 - 1}{81} = \frac{128}{81}$$

$$a_2 \cdot a_3 = \frac{27}{16} \cdot \frac{128}{81} = \frac{8}{3}$$

$$a_4 = \frac{4^4 + 2 \cdot 4^3 - 2 \cdot 4 - 1}{4^4} = \frac{256 + 128 - 8 - 1}{256} = \frac{375}{256}$$

$$a_5 = \frac{5^4 + 2 \cdot 5^3 - 2 \cdot 5 - 1}{5^4} = \frac{625 + 250 - 10 - 1}{625} = \frac{864}{625}$$

$$a_4 \cdot a_5 = \frac{375}{256} \cdot \frac{864}{625} = \frac{3}{8} \cdot \frac{27}{5}$$

$$a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 = \frac{8}{3} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{27}{5} = \Rightarrow$$

$a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot \dots \cdot a_{99} = 1$, т.к. все числа взаимно уничтожаются
Ответ: 1

№ 4

$$x^2 + px - \frac{1}{2p^2} = 0 \quad p \neq 0$$

$$x_1 + x_2 = -p, \quad x_1 x_2 = -\frac{1}{2p^2} \quad (\text{по т. Виетта})$$

$$x_1^4 + x_2^4 = (x_1^2 + x_2^2)^2 - 2x_1^2 x_2^2$$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = p^2 + \frac{1}{p^2}$$

$$x_1^4 + x_2^4 = p^4 + 2 + \frac{1}{2p^4}$$

$$p^4 + \frac{1}{2p^4} \geq \sqrt{2}$$

$$f(p) = p^4 + \frac{1}{2p^4}$$

$$f'(p) = 4p^3 - \frac{2}{p^5} = 0$$

?? f'!

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$4 p^3 = \frac{2}{p^5}$$

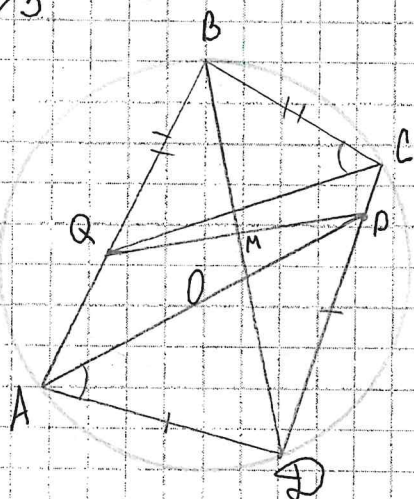
$$p = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{8}}$$

$$f\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{8}}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow$$

$$p^4 + \frac{1}{2p^4} \geq \sqrt{2}$$

$$x_1^4 + x_2^4 = p^4 + 2 + \frac{1}{2p^4} \geq 2 + \sqrt{2} \quad \text{т.м.д.}$$

✓ 5



Дано: $ABCD$ - четырехуг.,
окр. $(O; R)$; $P \in CD$; $DP = DA$;
 $Q \in AB$; $BQ = BC$
До-ть: $QM = MP$

До-во:

1) $\angle B + \angle D = 180^\circ$ (противоположные)

$$\angle C = \angle A$$

$$\left. \begin{array}{l} DP = DA \\ BQ = BC \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle DAP \cong \triangle CBQ$$

2) $BD \cap PQ = T, M$

$QM = QP$, т.к. P и Q расположены на соответственных сторонах,

т.м.д.