Шифр 08084

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
12	20.03	Коршеева Е.Ч.	[подпись]

1	2	3	4	5	7	[illegible]	[illegible]
4	0	4	4	0	~~10~~	[illegible]	[illegible]

№3.

$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots a_1 x + a_0 = 2024$ при $x = 17$ и $x = 101$.

Свободный член в таком случае равен $a_0 - 2024$; Чтобы уравнение имело целые корни нужно чтобы сводный член делился на корень $\Rightarrow a_0 - 2024 \vdots 17$ и $a_0 - 2024 \vdots 101$. Т.к. 17 и 101 - простые числа то ближайшие числа от нуля которые будут дел 1717 и -1717.

$a_0 - 2024 = 1717$ $\quad$ $a_0 - 2024 = -1717$

$a_0 = 1717 + 2024$ $\quad$ $a_0 = 2024 - 1717$

Не удовлет условию $\quad$ $a_0 = 307$

$|a_0| < 999$ $\quad$ ~~a_0 2024~~

$\Downarrow$

Что брать бол. числа нет смысла

при $a_0 = 0$ будет зав. от других членов

$-3434 \vdots 17$ и $-3434 \vdots 101$

$a_0 - 2024 = -3434$

$a_0 = 2024 - 3434$

$\Downarrow$

$a_0 = 0$ удовл.

Не удови усл $|a_0| < 999 \rightarrow$ след бр. числа меньше нет смысла

Ответ: $a_0 = 307$; $a_0 = 0$

скобы

Шифр 08084

№4

$\cos(2x)+\cos^{2023}(2x)+2024\cos^{2025}(2x)=\sin x+\sin^{2023}x+2024\sin^{2025}(x)$

$\Downarrow$

$\cos(2x)=\sin x$ почему?

$1-2\sin^2 x=\sin x$

$2\sin^2 x+\sin x-1=0$, $t=\sin x$; $|t|\leq 1$

$2t^2+t-1=0$

$D=1+8=3^2$

$t_1=\frac{-1+3}{4}=\frac{1}{2}$ $\quad$ $t_2=\frac{-1-3}{4}=-1$

$\sin x=\frac{1}{2}$ $\quad$ $\sin x=-1$

$x=\frac{\pi}{6}+2\pi n$ $n\in\mathbb{Z}$ $\quad$ $x=\frac{3\pi}{2}+2\pi k$; $k\in\mathbb{Z}$

$x=\frac{5\pi}{6}+2\pi m$ $m\in\mathbb{Z}$

Ответ: $\frac{\pi}{6}+2\pi n$; $n\in\mathbb{Z}$, $\frac{5\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$, $\frac{3\pi}{2}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$

∓

№2

$y^2-x^2>y-x$, $\quad 0<x<\frac{1}{2}$, $0<y<\frac{1}{2}$

$y^3-x^3=(y-x)(y^2+yx+x^2)$

$y^2-x^2=(y-x)(y+x)$

$(y^2+yx+x^2)>(y+x)$ ~~т.к~~ $\Rightarrow y^3-x^3>y^2-x^2$

$\Downarrow$ откуда?

$y^3-x^3>y-x$, т.к $y^3-x^3>$ ~~x^2-y~~ y^2-x^2

ч.т.д

откуда?

−

Место для скобы

Шифр 08084

№1.

Четыр. знач. число можно записать в виде $1000a+100b+10c+d$, $a\in[1;9]$ и $a\in Z$ ~~b,c,d∈~~ $b,c,d\in[0;9]$ и $b,c,d\in Z$; $k\to min$

$$k=\frac{1000a+100b+10c+d}{a+b+c+d}=1+\frac{999a+99b+9c}{a+b+c+d}$$

Т.к. d только в знам. $d\to max$, $d=9$

$$k=\frac{999a+99b+9c}{a+b+c+9}=1+9+\frac{990a+90b-81}{a+b+c+9}$$

Т.к. c только в знам. $c\to max$, $c=9$

$$k=\frac{990a+90b-81}{a+b+18}=10+90\,\frac{900a-1701}{a+b+18}$$

Т.к. b только в знам. $b\to max$, $b=9$

$$k=100+\frac{900a-1701}{a+27}$$

$$f(a)=\frac{900a-1701}{a+27}$$

~~a→~~ $f(a)\to min$ при $a=1$

$\Downarrow$

Число 1999

Ответ: 1999