

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. Жюри | Подпись          |
|------------|------|-------------|------------------|
| 58         |      |             | <i>Александр</i> |
| Шифр       |      |             | 043572           |

N1

Дано:

S

$$a_{1/3} S = \text{const}$$

$$v_{1/3} S = \text{const} = v$$

$$a_{1A} = \text{const}$$

$$a_{2A} = \text{const}$$

$$|a_{1A}| = |a_{2A}| = \text{const}$$

$$v_0 = v_A = v_B = \text{const}$$

$$|a_{1B}| = |a_{2B}| = \text{const}$$

$$\Delta t = ?$$

Решение:

Так, как движение происходит из  
состояние покоя, то начальные  
скорости равны нулю;

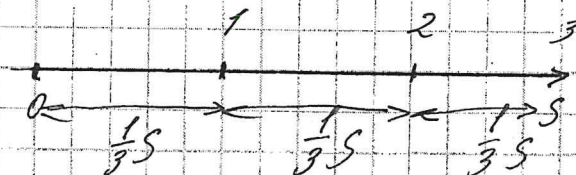
Рассмотрим движение Антона:

$$\frac{1}{3}S = \frac{a_{1A} t_1^2}{2} \quad (\text{от } 0 \text{ до } 1)$$

$$v_0 = a_{1A} t_1$$

$$\frac{1}{3}S = v_0 t_2 - \frac{a_{1A} t_2^2}{2} \quad (\text{от } 1 \text{ до } 2)$$

$$\frac{1}{3}S = a_{1A} t_1 t_2 \quad (\text{от } 1 \text{ до } 2)$$



$t_A = t_1 + t_2 + t_3$  - время движения Антона.

$$a_{1A} t_1 t_2 = \frac{a_{1A} t_1^2}{2} \Rightarrow t_2 = \frac{t_1}{2}$$

$$\frac{1}{3}S = a_{1A} t_1 t_3 - \frac{a_{1A} t_3^2}{2}$$

$$\frac{a_{1A} t_1^2}{2} = a_{1A} t_1 t_3 - \frac{a_{1A} t_3^2}{2}$$

$$-\frac{t_3^2}{2} + t_1 t_3 - \frac{t_1^2}{2} = 0 \Rightarrow t_3^2 - 2t_1 t_3 + t_1^2 = 0$$

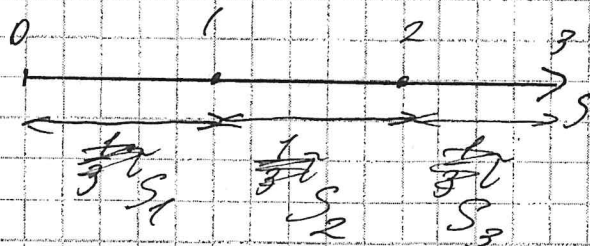
$$(t_3 - t_1)^2 = 0$$

$$t_3 = t_1$$

$$\Rightarrow t_A = \frac{3}{2} t_1, \quad \frac{5}{2} t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{2}{5} t_A$$

Рассмотрим движение Бориса:

Путь Брисса разделён на  
три равных по времени  
прямых участка.  $t_0 = T$



$$S_1 + S_2 + S_3 = S$$

$$S_1 = \frac{a_{10} T^2}{18} \quad ; \quad v_0 = a_{10} \cdot \frac{1}{3} T$$

$$S_2 = v_0 \cdot \frac{1}{3} T = \frac{a_{10} T^2}{9} \Rightarrow S_2 = 2 S_1$$

$$S_3 = v_0 \cdot \frac{1}{3} T - \frac{a_{10} T^2}{18} = S_2 - S_1 = S_1$$

$$\Rightarrow S = 4 S_1$$

$$t_0 = T$$

$$v_0 = a_{10} \cdot \frac{t_0}{3} = a_{1A} \cdot \frac{2}{5} t_A$$

$$S = \frac{3 a_{1A} \cdot 4 t_A^2}{50} = \frac{4 a_{10} t_0^2}{18}$$

III

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{12 a_{1A} t_A^2}{50} = \frac{2 a_{10} t_0^2}{9} \\ a_{10} \cdot \frac{1}{3} t_0 = a_{1A} \cdot \frac{2}{5} t_A \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{12 a_{1A} t_A t_A}{50} = \frac{2 a_{10} t_0 t_0}{9} \\ a_{1A} t_A \cdot \frac{2}{5} = a_{10} t_0 \cdot \frac{1}{3} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 108 a_{1A} t_A \cdot t_A = 100 a_{10} t_0 \cdot t_0 \\ \frac{a_{1A} t_A}{a_{10} t_0} = \frac{5}{6} \end{array} \right.$$

IV

$$\Rightarrow \begin{cases} 100 \frac{a_{1A} t_A}{a_{1D} t_D} \cdot t_A = 100 t_D \\ \frac{a_{1A} t_A}{a_{1D} t_D} = \frac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow 90 t_A = 100 t_D$$

$$\frac{t_D}{t_A} = \frac{90}{100} = 0,9, \text{ то есть } t_D < t_A,$$

значит Борис придёт раньше.

$$\Delta t = t_A - t_D = 0,1 t_A$$

$$S = \frac{3V_0 t_1}{2}, \quad t_1 = \frac{2}{3} t_A \Rightarrow S = \frac{3V_0 t_A}{5}$$

$$\Rightarrow t_A = \frac{5}{3} \frac{S}{V_0}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{5S}{30V_0}$$

Ответ: Первый придёт Борис.

$$\Delta t = \frac{5S}{30V_0}$$

185

№3

Дано:

$$i = 3$$

$$\eta = ?$$

Решение:

4-1-изотермический

процесс  $\Rightarrow T = \text{const}$  и

$$\Delta U_{4-1} = 0$$

1-2-изохорный процесс

$\Rightarrow A_{1-2} = 0$  и  $V = \text{const}$ .

3-4-изотермический процесс

(т.к. приемная проходит через

начало координат).

$T_1 = 2T_0$ ;  $T_2 = 6T_0 = \text{const}$  (т.к. 2-3-изотермический).

$p_1 = 3p_0$ ;  $p_2 = 9p_0$  - информация из графика.

т.к. газ идеальный,

то  $pV = \nu RT$ .

$$V_0 = \nu R \frac{T_0}{p_0}$$

$$V_1 = \nu R \frac{2T_0}{3p_0} \Rightarrow V_1 = \frac{2}{3}V_0$$

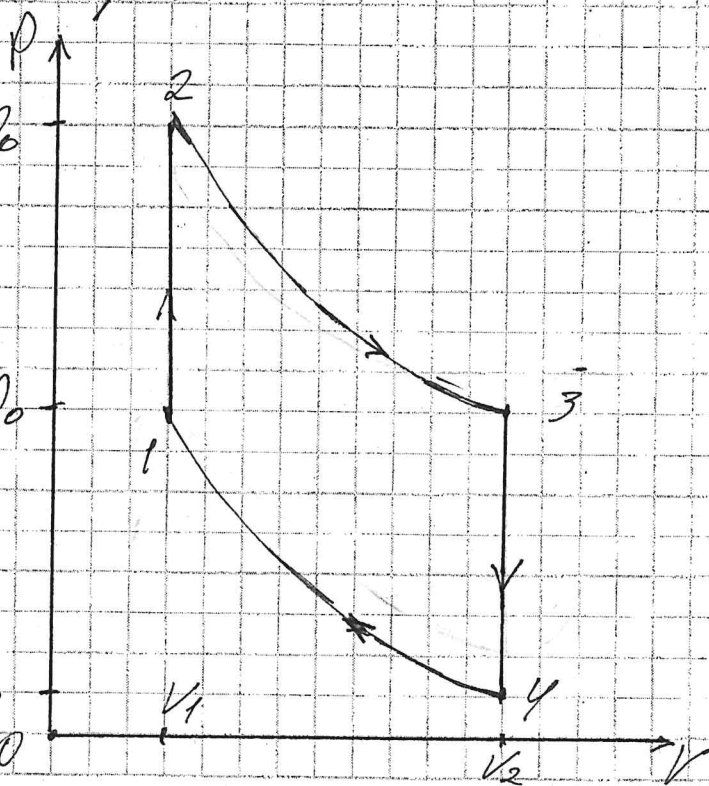
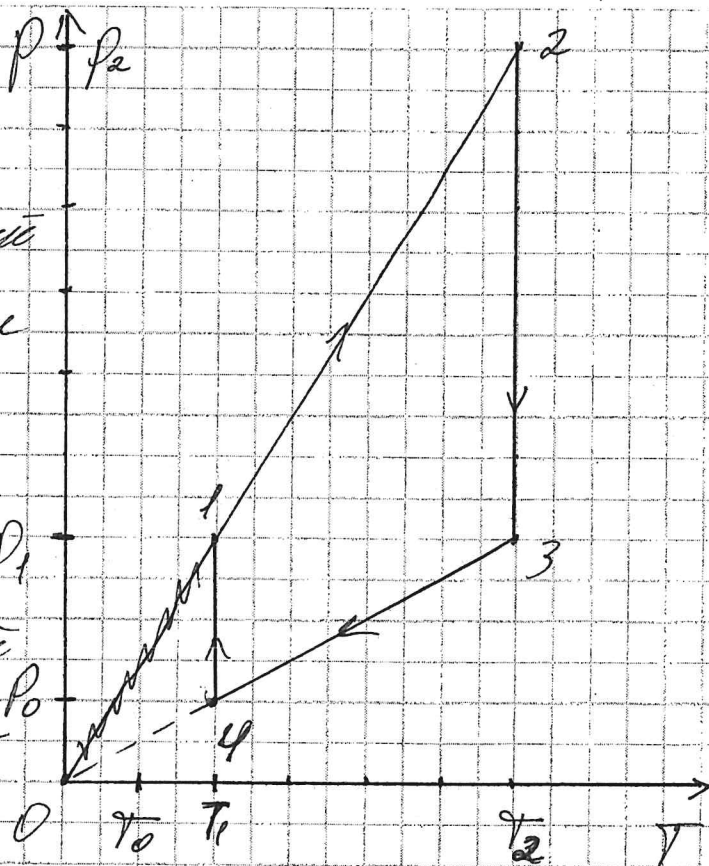
$$V_2 = \nu R \frac{6T_0}{3p_0} \Rightarrow V_2 = 2V_0$$

$$\eta = \frac{A_{\text{пол}}}{Q_{\text{н}}}; A_{\text{пол}} - \text{площадь графика.}$$

$$Q_{\text{н}} = Q_{1-2} + Q_{2-3}$$

$$A_{1-2} = 0; A_{3-4} = 0; \Delta U_{2-3} = \Delta U_{4-1} = 0$$

$Q = A + \Delta U$  - первое начало термодинамики



$$A = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV; \quad p(V) = \frac{\nu R T}{V}$$

$$A = \nu R T \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} \Rightarrow A = \nu R T \ln \frac{V_2}{V_1}, \quad \frac{V_2}{V_1} = 3$$

$$A_{\text{нал}} = A_{2-3} + A_{4-1};$$

$$A_{2-3} = 6 \nu R T_0 \ln 3; \quad A_{4-1} = -2 \nu R T_0 \ln 3$$

$$\Rightarrow A_{\text{нал}} = 4 \nu R T_0 \ln 3$$

$$Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = 6 \nu R T_0$$

$$Q_{2-3} = A_{2-3} = 6 \nu R T_0 \ln 3$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{4 \nu R T_0 \ln 3}{6 \nu R T_0 (1 + \ln 3)} = \frac{4 \ln 3}{6(1 + \ln 3)} \approx 0,35$$

Ответ:  $\eta \approx 35\%$

205

✓ 4

Дано: Решение:

$$AB = BC = AC = r$$

$$\varphi = \frac{k q_1}{r^2}; \quad F = \frac{k q_1 q_2}{r^2};$$

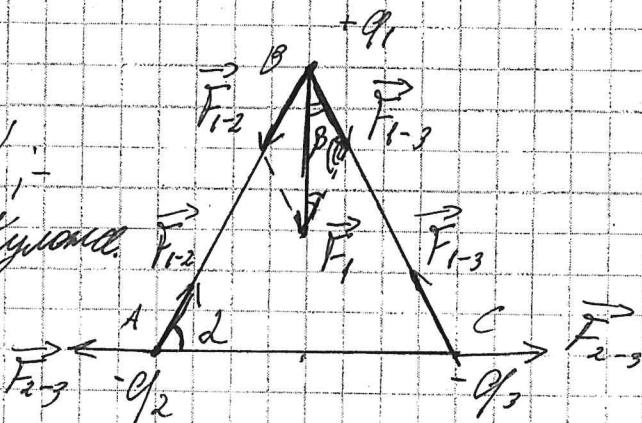
$$E = \frac{k q}{r^2}; \quad \text{закон Кулона.}$$

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{1-2} + \vec{F}_{1-3}$$

$$F_{1-2} = \frac{k q_1 q_2}{r^2}; \quad F_{1-3} = \frac{k q_1 q_3}{r^2}$$

$$q_1 = \frac{\varphi_1 r^2}{k}; \quad q_2 = \frac{\varphi_2 r^2}{k}; \quad q_3 = \frac{\varphi_3 r^2}{k}$$

$$\Rightarrow F_{1-2} = \frac{k \varphi_1 r^2 \cdot \varphi_2 r^2}{k \cdot k \cdot r^2} = \frac{\varphi_1 \varphi_2}{k}; \quad F_{1-3} = \frac{\varphi_1 \varphi_3}{k}$$



| Общий балл | Дата | Ф.И.О. Жюри | Подпись |
|------------|------|-------------|---------|
|            |      |             |         |
| Шифр       |      |             |         |

Так как  $\triangle ABC$  - равносторонний, то  $\alpha = 60^\circ$

$$\beta = 180 - \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha}{2} = 120^\circ$$

По теореме косинусов:

$$F_1^2 = F_{1-2}^2 + F_{1-3}^2 - 2F_{1-2} \cdot F_{1-3} \cdot \cos 120$$

$$\cos 120 = -\frac{1}{2}$$

$$F_1^2 = F_{1-2}^2 + F_{1-3}^2 + F_{1-2} \cdot F_{1-3}$$

$$F_1^2 = \sqrt{\left(\frac{\varphi_1 \varphi_2}{k}\right)^2 + \left(\frac{\varphi_1 \varphi_3}{k}\right)^2 + \varphi_1^2 \varphi_2 \varphi_3 \frac{1}{k}}$$

$$F_1 = \sqrt{\left(\frac{\varphi_1 \varphi_2}{k} + \frac{\varphi_1 \varphi_3}{k}\right)^2 - \frac{\varphi_1^2 \varphi_2 \varphi_3}{k}}$$

Ответ:  $F_1 = \sqrt{\left(\frac{\varphi_1(\varphi_2 + \varphi_3)}{k}\right)^2 - \frac{\varphi_1^2 \varphi_2 \varphi_3}{k}}$  - 15.

N2

Дано: Решения:

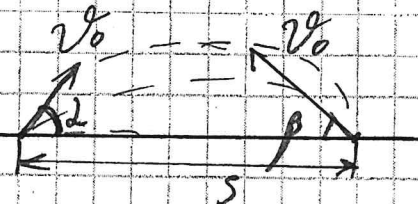
$v_0$

$S$

$h_1 = h_2$

$l_{\min} = ?$

Известно, что для  
длины броска под  
углом к горизонту  
справедлива формула:



$$S = \frac{v_0^2 \sin 2\varphi}{g}, \quad \varphi - \text{углы к горизонту}$$

$$\Rightarrow \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\beta}{g} \Rightarrow \sin 2\alpha = \sin 2\beta$$

отсюда следует два равенства:

$$\begin{cases} \alpha = \beta \\ 2\alpha = 180 - 2\beta \end{cases} \text{ но по условию } \alpha \neq \beta$$

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. Жюри | Подпись |
|------------|------|-------------|---------|
|            |      |             |         |
| Шифр       |      |             |         |

$$\Rightarrow \alpha = 90 - \beta; \quad \alpha = \frac{1}{2} \arcsin \frac{gS}{2v_0^2}$$

Перейдём в систему отсчёта одного из шариков:

$\alpha + \beta = 90$ , значит начальная скорость в системе отсчёта другого шарика равна

$v_0 \sqrt{2}$  (по теореме Пифагора).

$\theta = 45^\circ$ , т.к.  $\triangle ABC$  - равнобедренный и прямоугольный.

$$\Rightarrow \delta = \alpha - 45$$

Найдём расстояние, на которое улетит шарк в этом случае.

$$l = \frac{2v_0^2 \sin(2\alpha - 90)}{g}$$

$$= -\frac{2v_0^2 \cos 2\alpha}{g}; \quad \text{считаем, что } \alpha > \beta \Rightarrow -\cos 2\alpha > 0$$

$$\frac{v_0^2}{g} = \frac{S}{\sin 2\alpha} \Rightarrow l = -2S \operatorname{ctg} 2\alpha, \quad \text{то есть шарик}$$

улетит на расстояние  $2S \operatorname{ctg} 2\alpha$ , т.к.  $\operatorname{ctg} 2\alpha > 0$ .

1. При условии, что  $|\operatorname{ctg} 2\alpha| = \frac{1}{2}$ , то  $l_{\min} = 0$ ;
2. При условии, что  $|\operatorname{ctg} 2\alpha| < \frac{1}{2}$ , то  $l_{\min} = S(1 - 2|\operatorname{ctg} 2\alpha|)$
3. При условии, что  $|\operatorname{ctg} 2\alpha| > \frac{1}{2}$ , то  $l_{\min} = S(2|\operatorname{ctg} 2\alpha| - 1)$

$\alpha$  можно считать известным, т.к.  $\alpha = \frac{1}{2} \arcsin \frac{gS}{2v_0^2}$

Ответ: 1)  $l_{\min} = 0$ ; 2)  $l_{\min} = S(1 - 2|\operatorname{ctg} 2\alpha|)$ ; 3)  $l_{\min} = S(2|\operatorname{ctg} 2\alpha| - 1)$

N3

Дано:

$$V = 5000 \text{ м}^3$$

$$P_1 = 110 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

$$T = 316 \text{ К}$$

$$\varphi_1 = 0,1$$

$$P_0 = 100 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

$$\varphi_2 = 0,9$$

$$P_{\text{н.п}}(T) = 9000 \text{ Па}$$

$$m = ?$$

Решение:

На ~~пер~~  
оболочку шара,  
(так как  
её объём  
постоянен)  
по закону  
атмосферного  
давления  
действует  
сила натяжения,  
что даёт  
выражение равновесия:

$$P_1 = P_0 + P_{\text{арх}} + P_{\text{н}}$$

$$P_{\text{арх}} = \rho_{\text{в.в.}} g V$$

$$\varphi = \frac{P_{\text{н.п}} - P_0}{P_{\text{н.п}} - P_0}$$

Рассмотрим начальный  
массет, когда  $\varphi = \varphi_1$ :

Так как шар по оси  $y$   
неподвижен, по 1 закону  
Ньютона:

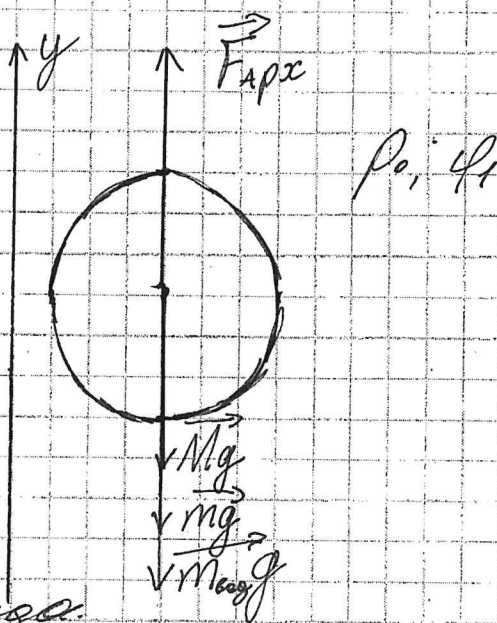
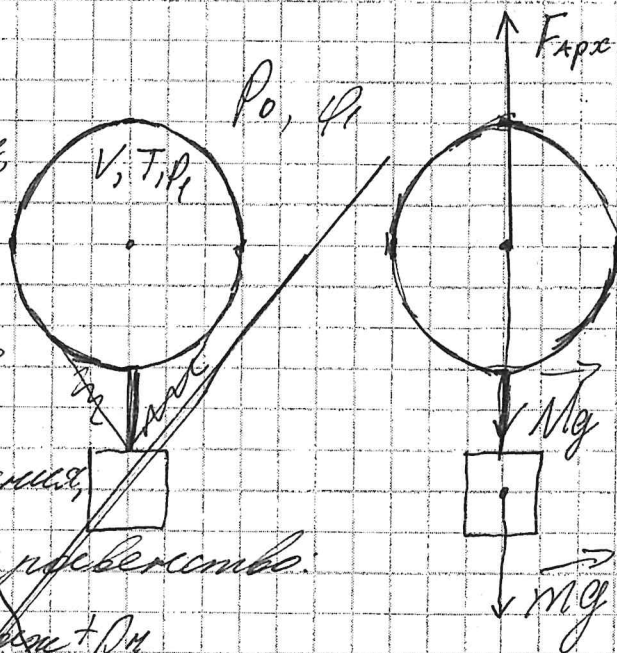
$$\vec{F}_{\text{арх}} + \vec{Mg} + \vec{mg} + \vec{m_{\text{в.в.}}g} = 0$$

$M$  - масса шара;  $m$  - масса

шараста;  $m_{\text{в.в.}}$  - масса воздуха.

$$F_{\text{арх}} = V \rho_{\text{в.в.}} g; \rho_{\text{в.в.}} = \varphi_1 P_{\text{н.п}} / (R T) \text{ из определения } \varphi = P_{\text{н.п}} / P_0$$

$P_{\text{н.п}} = \text{const}$ , так как температура  
остаётся неизменной.



| Общий балл | Дата | Ф.И.О. Жюри | Подпись |
|------------|------|-------------|---------|
|            |      |             |         |
| Шифр       |      |             |         |

$$\varphi = \frac{p_{\text{влага}}}{p_{\text{н.п}}} \Rightarrow p_{\text{влага}} = \varphi \cdot p_{\text{н.п.}}$$

$p_{\text{н.п.}} = p_{\text{н.п.}}(T) = \text{const}$ , так как температура неизменна.

Для водорода и воздуха справедлива модель идеального газа:

$$\Rightarrow pV = \nu RT$$

$$\cancel{p_{\text{вз}} = \varphi p_{\text{н.п.}} + p_0}; \quad p_{\text{вз}} = p_{\text{ух}} + p_{\text{влага}}$$

$$p \stackrel{m}{=} \frac{m}{\mu} = \frac{m}{\mu} RT$$

$$\Rightarrow p = \frac{pRT}{\mu} \Rightarrow p_{\text{вз}} = \frac{p\mu_{\text{вз}}}{RT}$$

$$m_{\text{вз}} = \frac{p_1 V \mu_{\text{вз}}}{RT}$$

~~Во втором~~

$$\Rightarrow \frac{(p_0 + \varphi_1 p_{\text{н.п.}}) \mu_{\text{вз}}}{RT} \cdot Vg = Mg + mg + \frac{p_1 \mu_{\text{вз}}}{RT} g$$

~~Во втором случае~~

$$p_{\text{н.п.}} \varphi_1 gV = Mg + mg + \frac{p_1 \mu_{\text{вз}}}{RT} g$$

Во втором случае:

$$p_{\text{н.п.}} \varphi_2 gV = Mg + \frac{p_1 \mu_{\text{вз}}}{RT} g$$

$$\Rightarrow p_{\text{н.п.}} gV (\varphi_2 - \varphi_1) = -mg \quad -65$$