Место для скобы

Шифр | 09391

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
13	25.03	Корякина Е. Е.	[illegible]

№3 Пусть x = масса чист. золота в первом бруске, y = масса золота во втором бруске, m_1 = масса первого бруска, m_2 = маса второго бруска, m_3 = масса серебряного бруска, тогда по условию задачи составим и решим систему уравнений, сплав всех брусков содержит $\frac{x+y}{m_1+m_2+m_3}\cdot 100\%$ золота

$\frac{x+y}{m_1+m_2}=0,3$

$$\begin{cases} \frac{x+y}{m_1+m_2}\cdot 100=30 \\ \frac{x}{m_1+m_3}\cdot 100=20 \\ \frac{y}{m_2+m_3}\cdot 100=20 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{x+y}{m_1+m_2}=0,3 \\ \frac{x}{m_1+m_3}=0,2 \\ \frac{y}{m_2+m_3}=0,2 \end{cases} \quad \begin{cases} x+y=0,3m_1+0,3m_2 \\ x=0,2\,m_1+0,2\,m_3 \\ y=0,2m_2+0,2m_3 \end{cases}$$

1	2	3	4	5	Σ
0	0	7	4	2	13

$$\begin{cases} x=0,2\,m_1+0,2\,m_3 \\ y=0,2\,m_2+0,2\,m_3 \\ 0,2m_1+0,2m_2+0,4m_3=0,3m_1+0,3m_2 \end{cases}$$

$0,4\,m_3=0,1m_1+0,1\,m_2$

$4m_3=m_1+m_2$

Подставим эти ~~выражения в уравнение~~ данные в выражение и получим, что $\frac{0,2m_1+0,2m_2+0,4m_3}{m_1+m_2+m_3}\cdot 100\% = \frac{0,2\cdot 4m_3+0,4m_3}{5m_3}\cdot 100\% = \frac{1,2}{5}\cdot 100\% = \frac{2,4}{10}\cdot 100\% = 0,24$ 24 (%)

Ответ: 24% золота содержится в сплаве, состоящем из трёх предложенных.

Место для скобы

Шифр 09391

№4.

$0<a<\frac{1}{2}$

$0<b<\frac{1}{2}$

$b^2-a^2>b-a$

Доказать: $b^3-a^3>b-a$

$0<a<\frac{1}{2} \mid \cdot a$ $\quad$ $0<b<\frac{1}{2} \mid \cdot b$

$0<a^2<\frac{a}{2} \mid \cdot a \Rightarrow a^2<a$ $\quad$ $0<b^2<\frac{b}{2} \mid \cdot b \Rightarrow b^2<b$

$0<a^3<\frac{a^2}{2} \Rightarrow a^3<a^2$ $\quad$ $0<b^3<\frac{b^2}{2} \Rightarrow b^3<b^2$

1 вар.) $b^2-a^2>b-a$

если $b<a$, то

$0>b^2-a^2>\frac{b-a}{2} \Rightarrow b^2-a^2>b-a$

если $b>a$, то

$0<b^2-a^2<\frac{b-a}{2} \Rightarrow b^2-a^2<b-a$ (неверно) $\Rightarrow b<a \Rightarrow$

$\Rightarrow 0>b^3-a^3>\frac{b^2-a^2}{2} \Rightarrow b^3-a^3>b^2-a^2>b-a \Rightarrow b^3-a^3>b-a$

2 вар.) $\begin{cases} 0<a^3<\frac{a^2}{2} \mid \cdot(-1) \\ 0<b^3<\frac{b^2}{2} \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} 0>-a^3>-\frac{a^2}{2} \\ 0<b^3<\frac{b^2}{2} \end{cases}$ $\quad$ $0>b^3-a^3>\frac{b^2-a^2}{2} \Rightarrow$

$\left.\begin{aligned} \Rightarrow b^3-a^3>b^2-a^2 \\ b^2-a^2>b-a \end{aligned}\right\} \Rightarrow b^3-a^3>b-a$

ч.т.д.

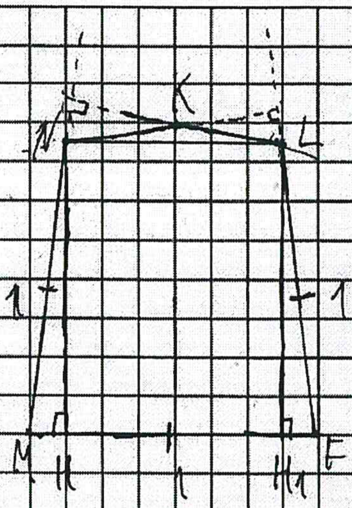
$\frac{1}{2}$ Худое решение.

$\mp$

Место для скобы

Шифр 09391

№5



Дано:

MNKLF – выпуклый пятиугольник

$MN \perp KL$; $NK \perp LF$

$MN = MF = LF = 1$

Доказать: $NK + KL < 1$

Δ $\angle MFL$

Если $\angle MFL < 90°$, то все условия соблюдаются.

Если $\angle MFL > 90°$, то при $NK \perp FL$ $\angle NKL > 90° \Rightarrow$ MNKLF – невыпуклый пятиугольник (не удовлетворяет условию) $\Rightarrow \angle MFL \not> 90°$

Если $\angle MFL = 90°$, то N при $NK \perp LF$, $NK \parallel MF \Rightarrow K \in NL \Rightarrow$

$\Rightarrow$ MNKLF – четырёхугольник (не верно) $\Rightarrow \angle MFL \neq 90°$

$\angle MFL < 90°$

аналогично, $\angle NMH < 90°$

Построим $NH \perp MF$ и $LH_1 \perp MF$

т.к. $\angle NMH < 90°$ и $\angle MFL < 90°$, $HH_1 \leq 1 \Rightarrow NL \leq 1$

Δ NKL

$NL << 1$??

$NK + KL > NL \Rightarrow NK + KL < 1$!, !

$2 < 2 > \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} < 1$, но не

значит

ч.т.д.

F.

$2 < 2 < 1$.